

Владимир Викторович Яковлев

# Особенности вращения

**ЧАСТЬ 2. Взгляд независимого аналитика на  
вращение и на гидродинамические явления**



**Россия, Пенза, 2017 год**

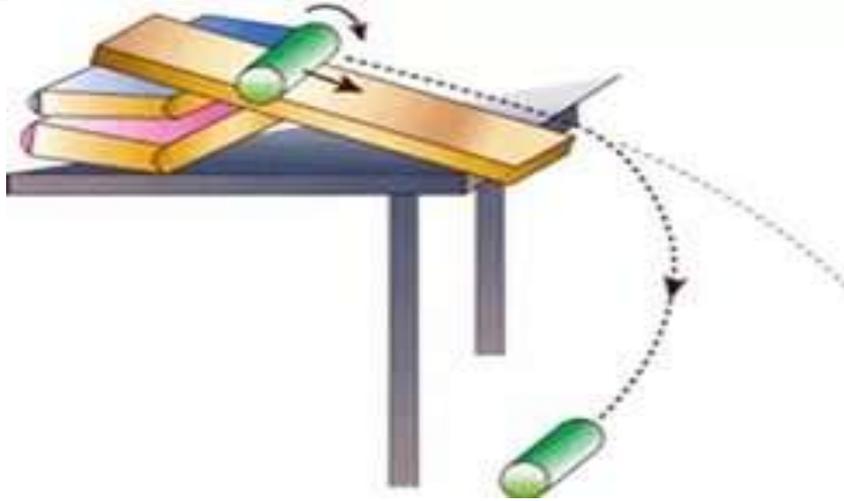
## Оглавление

1.	Гидродинамические парадоксы .....	3
	Описание сути выявленных парадоксов .....	3
	Причины парадокса эффекта Магнуса .....	5
	Причины парадокса теории Жуковского .....	8
	Причины парадокса эффекта деривации .....	9
2.	Параметры линейных вихрей .....	17
3.	Взаимодействие двух линейных вихрей .....	23
4.	Взаимодействие твёрдых шаров в жидкости .....	28
5.	Статические конфигурации линейных вихрей .....	37
6.	Параметры простых вихревых колец .....	47
7.	Взаимодействие двух простых вихревых колец .....	53
8.	Статические конфигурации вихревых колец .....	65
9.	Параметры винтовых вихревых колец .....	68
10.	Взаимодействие двух винтовых колец .....	71
11.	Статические конфигурации винтовых колец .....	79
12.	Статические конфигурации положительных винтовых дуэтов .....	87
13.	Фигуры равновесия небесных тел .....	99
	Литература .....	109

# 1. Гидродинамические парадоксы

## Описание сути выявленных парадоксов

Вернёмся к описанию эффекта Магнуса, данному в гидроаэромеханике Прандтля. Если на вращающийся круглый цилиндр набегаёт поток воздуха в направлении, перпендикулярном к оси цилиндра, то возникает поперечная сила, действующая на цилиндр в направлении, перпендикулярном к направлению потока.



**Рисунок 1-1. Классическая иллюстрация эффекта Магнуса**

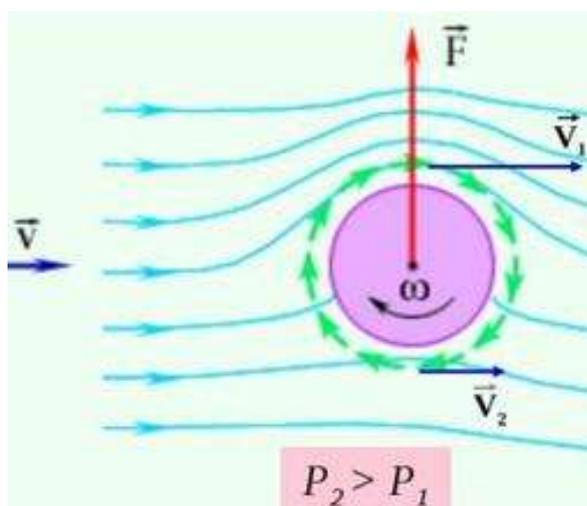
Направлена поперечная сила всегда к той стороне вращающегося тела, на которой направление вращения и направление потока совпадают. Вращающееся тело создаёт вокруг себя циркуляцию окружающей среды. Там, где скорости циркуляционного и набегающего потоков складываются, суммарная скорость увеличивается, то согласно уравнению Бернулли в этом месте давление понижается. Возникает поперечная сила, сдвигающая тело в сторону пониженного давления. Такое явление называется эффектом Магнуса по имени учёного, открывшего его в 1852 году. До изобретения нарезных артиллерийских орудий существовали только гладкоствольные пушки. Магнус исследовал случаи значительных отклонений шаровых ядер от запланированных траекторий. Он показал, что причиной такого поведения ядер служило вращение вокруг поперечной оси, которое снаряд получал вследствие случайных причин. Такие же боковые отклонения, часто очень значительные, наблюдаются и при полёте срезанного мяча при игре в теннис или гольф. Однако Биркгоф обнаружил, что иногда поведение вращающихся тел противоречит эффекту Магнуса. Вот что он пишет. Игрокам в гольф и теннис известно стремление вращающегося мяча уклониться от своей траектории в направлении, в котором вращается его передняя часть. Это явление называется эффектом Магнуса. Согласно Рэлею, данный эффект обычно объясняют качественно следующим образом. Локальная скорость воздуха относительно мяча из-за его вращения больше с той стороны, где

вращение направлено назад, чем там, где оно направлено вперед. Следовательно, по уравнению Бернулли, давление с одной стороны больше давления с другой стороны. Мяч уклоняется в сторону меньшего давления. На основании данного объяснения очень трудно получить количественный результат, так как не существует способа связать вращение с циркуляцией – даже в случае цилиндра.



**Рисунок 1-2. Эффект Магнуса при игре в футбол**

**Парадокс эффекта Магнуса заключается в том, что при малых скоростях вращения направление отклонения в действительности противоположно тому, которое даёт объяснение Рэля и которое наблюдалось Магнусом.**



**Рисунок 1-3. Объяснение эффекта Магнуса согласно Рэлю**

Жуковский считал, что основной причиной возникновения подъёмной силы является наличие у профиля передней толстой кромки и острой задней кромки, благодаря которым возникает циркуляция воздуха вокруг крыла. Соответственно, из-за эффекта Магнуса появляется разница давлений снизу и сверху крыла. Но экспериментальные данные не подтверждают изменения подъёмной силы с изменением формы крыла, указываемого теорией Жуковского. **Парадокс теории Жуковского – теоретически коэффициент подъёмной силы должен возрастать с утолщением крыла, а в действительности он обычно убывает.**

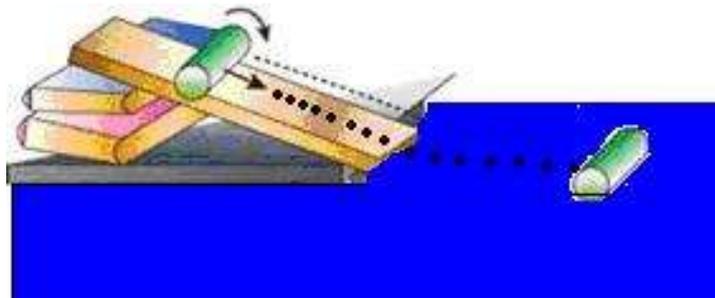
После изобретения нарезных орудий обнаружился эффект деривации. Биркгоф пишет, что вращающиеся снаряды имеют тенденцию отклоняться от вертикальной плоскости, в которой производится стрельба. Отклонение происходит в направлении вращения снаряда. Снаряды с правым вращением отклоняются вправо от вертикальной плоскости. Снаряды с левым вращением отклоняются влево от вертикальной плоскости. **Парадокс эффекта деривации заключается в том, что направление отклонения вращающегося снаряда уже всегда противоположно тому, которое даёт объяснение Рэля и которое наблюдалось Магнусом.**

### **Причины парадокса эффекта Магнуса**

Попробуем более подробно изучить причины описанных выше парадоксов. Начнём с парадокса эффекта Магнуса. Движущиеся вращающиеся сфера или цилиндр отклоняются от траектории движения в сторону вращения. Но при малых скоростях вращения отклонение от траектории движения происходит в противоположную сторону. Точно такой же эффект наблюдается при бросании в горизонтальной плоскости симметричного плоского диска. В домашних условиях для броска можно использовать старую грампластинку или современный компакт-диск от CD-ROM. При бросании правой рукой диск раскручивается по часовой стрелке (если смотреть сверху). Казалось бы, согласно эффекту Магнуса, диск должен поворачивать в сторону вращения направо. Но, в моих опытах ни разу не удалось заставить так лететь диск. Он упрямо поворачивает налево. При большой скорости вращения диск долго летит прямо (относительно вертикальной плоскости), но в самом конце пути, потеряв скорость вращения, он сворачивает влево и приземляется. Получается, что любой движущийся в плоскости вращения вращающийся объект ведёт себя по-разному в разных условиях: либо поворачивает направо, либо поворачивает налево, либо летит прямо. Такое возможно только в том случае, если одновременно существуют две силы смещения, действующие в противоположных направлениях. Если силы равны, то вращающееся тело летит прямолинейно. В противоположном случае тело поворачивает в сторону действия большей силы. Одна сила нам известна. Это сила Магнуса. Она возникает при появлении разницы давлений с противоположных сторон вращающегося объекта, движущегося перпендикулярно оси вращения. Вращающийся объект увлекает во вращение окружающую среду, создавая циркуляцию окружающей среды. Там, где течение циркуляции совпадает с направлением потока среды, омывающего объект, там скорость течения среды относительно объекта возрастает. Тогда по закону Бернулли в этом месте понижается давление среды. Там, где течение циркуляции противоположно направлению потока среды, омывающего объект, там скорость течения среды относительно объекта уменьшается. Тогда, по закону Бернулли, в этом месте повышается давление среды. Возникает сила, которая пытается сместить

объект в область пониженного давления среды. По закону Ньютона, чем меньше масса объекта, тем меньшая сила нужна для его смещения. Поэтому более тяжёлые объекты меньше смещаются силой Магнуса. Повышение циркуляции можно достигнуть увеличением площади объекта, создающей циркуляцию, либо уменьшением средней плотности объекта. Поэтому, максимальный эффект должен наблюдаться при движении вращающегося цилиндра, склеенного из свёрнутой в рулон тонкой бумаги. Сила Магнуса тем больше, чем больше разница давлений в тонком прилегающем слое на противоположных сторонах объекта или, соответственно, чем больше разница скорости потока с разных сторон. Пусть  $X$  - линейная скорость поверхности объекта, а  $Y$  – скорость встречного потока среды. Тогда в тонком прилегающем слое с одной стороны объекта скорость потока равна  $X+Y$ , а с противоположной стороны  $X-Y$ . При  $X>Y$  разница скоростей равна  $2Y$ , а при  $X<Y$  разница равна  $2X$ . Если  $X=Y$ , тогда разница скоростей равна  $X+Y$ . Таким образом, увеличение эффекта Магнуса достигается либо увеличением меньшей скорости, либо одновременным увеличением обеих скоростей при их равенстве.

Чтобы понять физические основы второй силы, вернёмся к опыту демонстрации эффекта Магнуса, где лёгкий цилиндр из свёрнутого листа бумаги скатывается по наклонной доске и закатывается под стол. Давайте уберём ножки стола. Куда теперь покатится цилиндр по полу? Правильно, в противоположную эффекту Магнуса сторону. А если стол будет плавать в вязкой жидкости? Правильно, цилиндр с малой плотностью опять покатится в противоположную эффекту Магнуса сторону. Только теперь не по полу, а по поверхности вязкой жидкости. В первом случае цилиндр катился по твёрдой поверхности. Во втором же случае твёрдой поверхности нет.



**Рисунок 1-4. Движение цилиндра в противоположную эффекту Магнуса сторону**

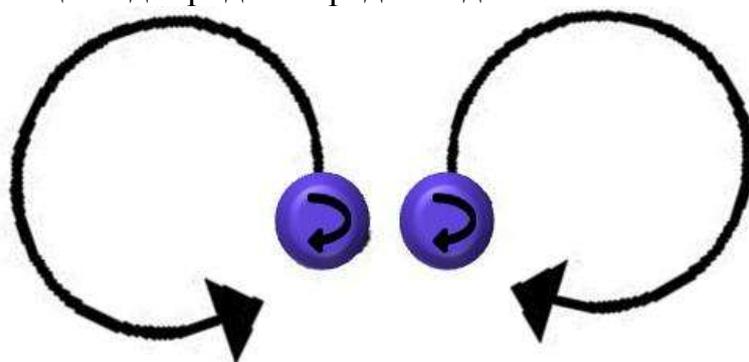
С точки зрения гидродинамики воздух тоже является жидкостью. То есть, теперь цилиндр окружает со всех сторон жидкость. Только плотность окружающей жидкости не везде одинаковая. Вращающийся цилиндр катится по поверхности с повышенной плотностью. А в однородной среде повышенную плотность создаёт лобовое сопротивление потока жидкости. При отсутствии других сил по этой поверхности повышенной плотности цилиндр покатится в ту же самую сторону, куда бы он катился по твёрдой поверхности. Возникает сила смещения, противоположная силе Магнуса. Эта сила пока не имеет общепринятого названия. Так как, по моему

мнению, Пуассон первым обратил внимание на существование такой силы при объяснении эффекта деривации, то можно назвать её силой Пуассона.



**Рисунок 1-5. Случай равенства сил смещения**

Необходимым условием для существования силы Пуассона является наличие разницы в плотности среды с противоположных сторон объекта. Разница может возникнуть либо при естественном градиенте плотности среды, либо при лобовом сопротивлении однородной среды. В первом случае эффект будет тем больше, чем больше градиент среды. Во втором случае эффект проявляется только тогда, когда циркуляция мала. Лобовое сопротивление среды создает эффект местного повышения плотности с одной стороны объекта. Но циркуляция обладает эффектом размывания повышенной плотности. Чем больше циркуляция, тем более однородна плотность вокруг объекта. Эффект размывания мал, если линейная скорость поверхности вращающегося объекта намного меньше его поступательной скорости движения. Сила Магнуса будет возникать, когда эти скорости соизмеримы, одного порядка величины. При полном равенстве сил смещения вращающийся объект будет двигаться прямолинейно. Наконец, сила Магнуса будет преобладать абсолютно над силой Пуассона, если линейная скорость поверхности вращающегося объекта намного больше его поступательной скорости движения. В этом случае вокруг вращающегося объекта возникает сильная циркуляция однородной среды с одинаковой плотностью.



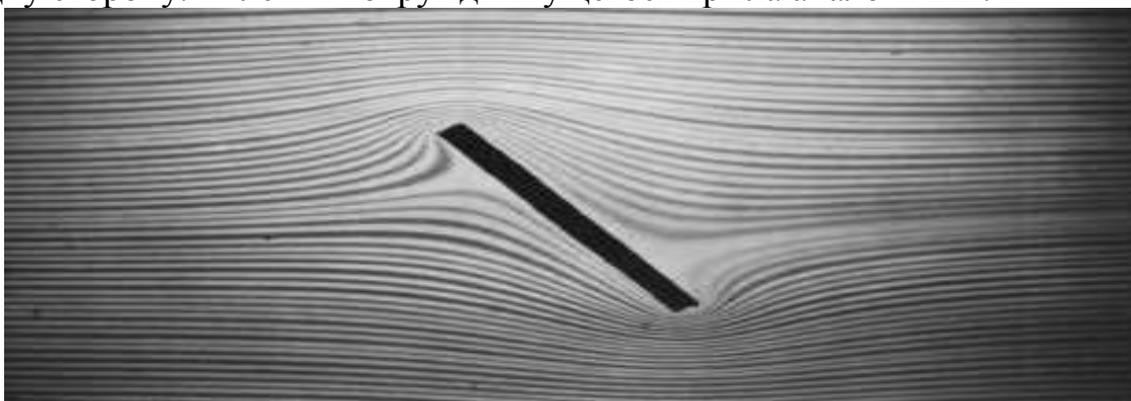
**Рисунок 1-6. Доминирование силы Пуассона слева, силы Магнуса - справа**

При абсолютном доминировании какой-либо силы траектория вращающегося объекта в плоскости вращения должна быть похожа на окружность. Но из-за наличия трения она больше похожа на затухающую плоскую спираль. Такие свойства вращения можно было бы использовать,

например, для управления полётом в летательных аппаратах типа летающей тарелки. Чтобы лететь по прямой линии в плоскости симметрии пилот такого аппарата должен поддерживать равенство сил Магнуса и Пуассона. Если при виде сверху аппарат вращается по часовой стрелке, то нужно превысить силу Магнуса над силой Пуассона, чтобы повернуть его вправо. Соответственно, нужно превысить силу Пуассона над силой Магнуса, чтобы повернуть его влево. Это можно производить либо регулированием поступательной силы аппарата либо регулированием скорости вращения. При постоянной скорости вращения для поворота направо нужно уменьшить поступательную скорость, а для поворота налево нужно увеличить поступательную скорость. При постоянной поступательной скорости для поворота направо нужно увеличить скорость вращения, а для поворота налево нужно уменьшить скорость вращения.

### **Причины парадокса теории Жуковского**

Биркгоф пишет, что стационарное локально безвихревое плоское течение с циркуляцией можно определить как течение Жуковского. По теоретическим выкладкам Жуковского, при обтекании таким течением плоской пластинки (которая имитирует крыло) возникает подъёмная сила. На рисунке ниже показана фотография реального медленного обтекания жидкостью плоской пластинки. Встречный поток жидкости расталкивается наклонной пластинкой преимущественно в одну сторону (вниз), образуя за собой пустоту. Пустота над пластинкой преимущественно заполняется жидкостью сверху. С обеих сторон пластинки жидкость течёт только в одну сторону. Явления вокруг движущегося крыла аналогичны.



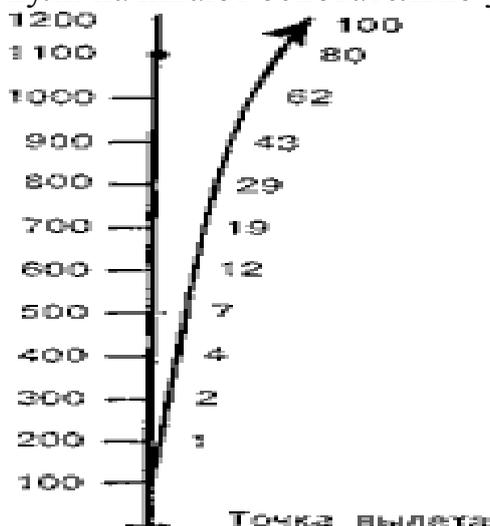
**Рисунок 1-7. Медленное течение вокруг плоского крыла  
(стр.11 альбома Ван-Дайка)**

Чем больше скорость, тем быстрее образуется пустота, тем труднее воздуху сверху крыла плавно заполнить эту пустоту. Наконец, при некоей критической скорости плавность заполнения нарушается и позади крыла возникает турбулентный поток с хаотическим перемешиванием воздуха и пустоты. Так как поверхность крыла не вращается, то нет никаких физических причин для формирования циркуляции. Скорость обтекающего потока не с чем складывать и вычитать. Соответственно, тут нет места для действия закона Бернулли. Нет физических причин для появления силы Магнуса. Поэтому для явления подъёмной силы крыла

нужно искать другое объяснение. Нужно искать силы, действующие в жидкости (и в газе), которые способны смещать невращающийся объект. Такое явление возможно, если существует разница давлений среды с противоположных сторон объекта. Это как раз наш случай. С одной стороны крыла из-за лобового сопротивления возникает повышенная плотность и повышенное давление среды. С другой стороны крыла возникает пустота по причине расталкивания крылом набегающего на него воздуха. Из-за разницы давлений возникает подъемная сила, направленная перпендикулярно плоскости крыла.

### Причины парадокса эффекта деривации

Сначала выслушаем практика, профессионального снайпера Потапова. Он пишет, что вследствие одновременного воздействия на пулю вращательного движения, придающего ей устойчивое положение в полете, и сопротивления воздуха, стремящегося опрокинуть пулю головной частью назад, ось пули отклоняется от направления полета в сторону вращения. В результате этого пуля встречает сопротивление воздуха больше одной своей стороной и поэтому отклоняется от плоскости стрельбы все больше и больше в сторону вращения. Такое отклонение вращающейся пули в сторону от плоскости стрельбы называется деривацией. Это довольно сложный физический процесс. Деривация возрастает непропорционально расстоянию полета пули, вследствие чего последняя забирает все больше и больше в сторону и ее траектория в плане представляет собой кривую линию. На дистанциях стрельбы до 300 метров включительно деривация не имеет практического значения. И уже на дистанции 400 метров пули начинают основательно уводиться вправо.



**Рисунок 1-8. Отклонение пули при деривации из табличных данных снайперов**

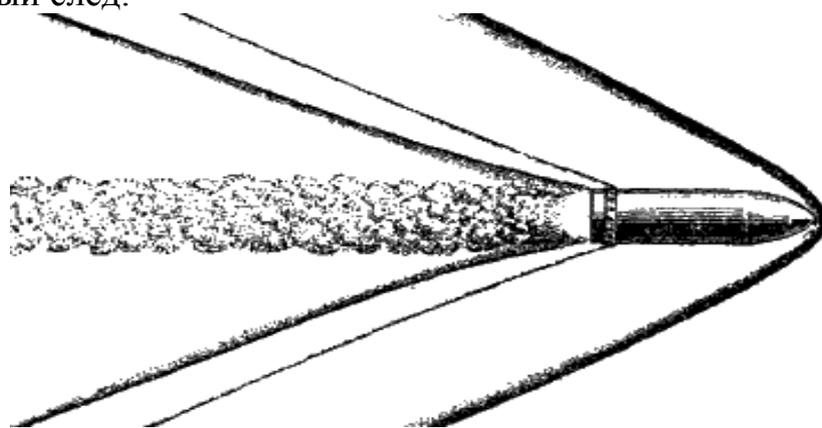
Чем выше угол места цели, тем меньше деривация. У стволов различных видов оружия шаг нарезов различный, следовательно, различной будет и деривация (чем круче нарезка, тем сильнее деривация). Следует учесть, что тяжелые пули меньше отклоняются деривацией, и отклонение это будет тем меньше, чем больше вес пули такого же калибра. Так, тяжелые

пули спортивных патронов калибра 7,62 массой 13,4 г отклоняются в 1,5 меньше, чем легкие пули, а на дистанции 1000 м и далее - в 2 раза меньше.

Как же объясняют это явление теоретики? Одно объяснение было предложено известным математиком – Пуассоном. Он считал, что вследствие инерции ось снаряда, падающего под действием силы тяжести, отстаёт от направления касательной к траектории. Снаряд падает к земле плашмя. Следовательно, на нижней стороне должно создаться большее давление, а значит и большее трение. Это и должно привести к отклонению в наблюдаемом направлении. Как было показано выше, именно так катится круглый предмет по твёрдой поверхности. Соответственно силу, отклоняющую объект в таком направлении, я назвал выше силой Пуассона.

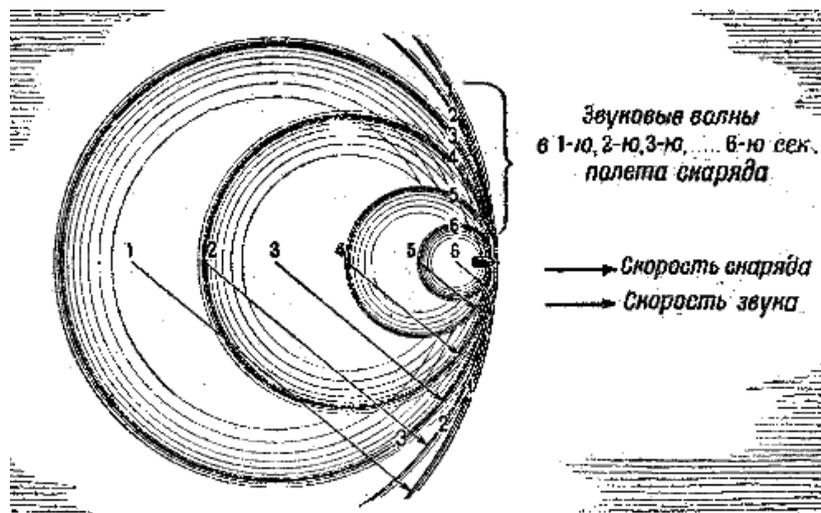
Биркгоф утверждает, что такое объяснение является ошибочным, если применить его к вращению теннисного или футбольного мяча, то получилось бы направление отклонения, противоположное обычному эффекту Магнуса. Точка зрения самого Биркгофа: устойчивое гироскопическое положение оси снаряда (или пули) с правой винтовой нарезкой находится справа от касательной к траектории, а не выше её. Деривация вызывается главным образом непосредственно аэродинамической поперечной силой и лишь косвенно вращением. Имеем одно явление и два различных объяснения.

Роль эксперта-судьи сыграет Владимир Внуков. На рисунке ниже он изобразил полёт снаряда в атмосфере. Головная часть снаряда расталкивает в стороны частицы воздуха, мешающие его полёту, образуя фронт уплотнённого воздуха в виде конусообразной волны. А позади летящего снаряда образуется зона разреженного воздуха: пустота, которую оставил позади себя снаряд, вытолкнувший все частицы воздуха, еще не успеваешь заполнить. Частицы воздуха несутся со всех сторон в эту пустоту, стремясь её заполнить. Образуются завихрения, формируя турбулентный след.



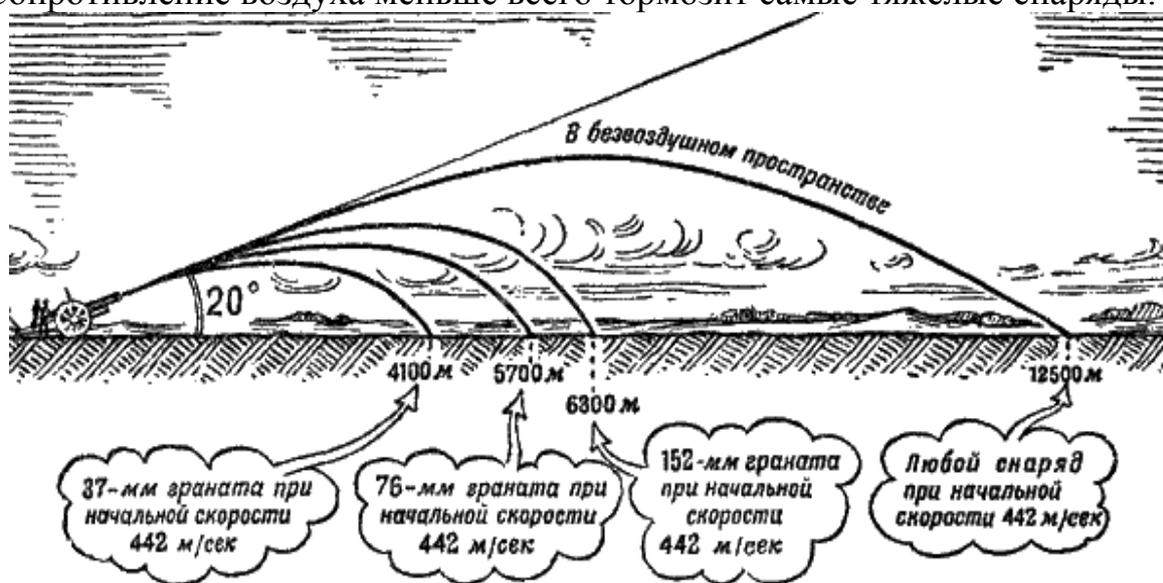
**1-9. Полёт снаряда создаёт волны уплотнения и турбулентный след**

Начальная скорость полёта современных снарядов превышает скорость звука вдвое, втрое и даже более раз. Поэтому снаряд обгоняет любые волны и завихрения, возникающие при его полёте.



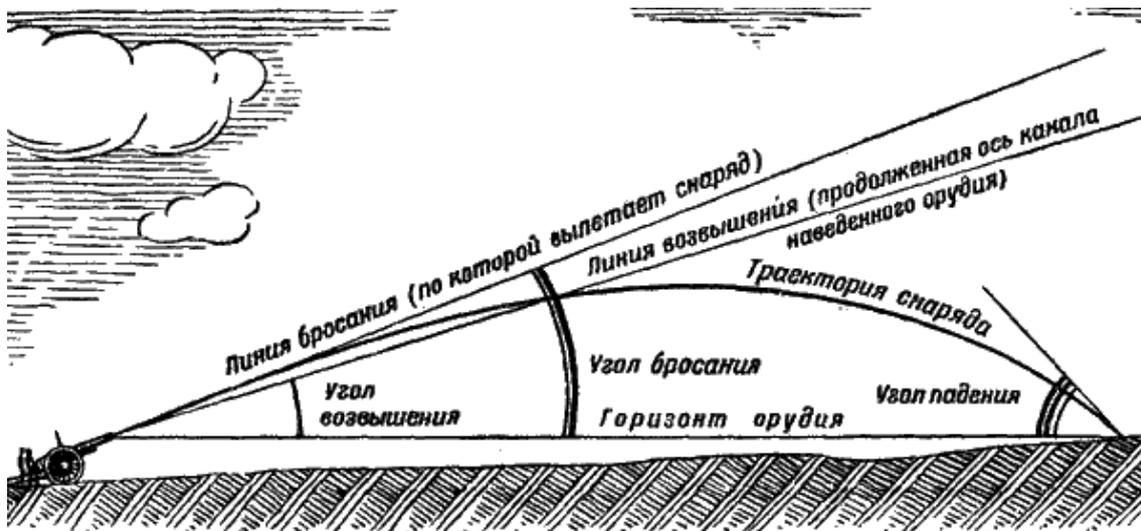
**Рисунок 1-10. Звуковые волны от снаряда, летящего со скоростью звука.**

Соппротивление воздуха меньше всего тормозит самые тяжёлые снаряды.



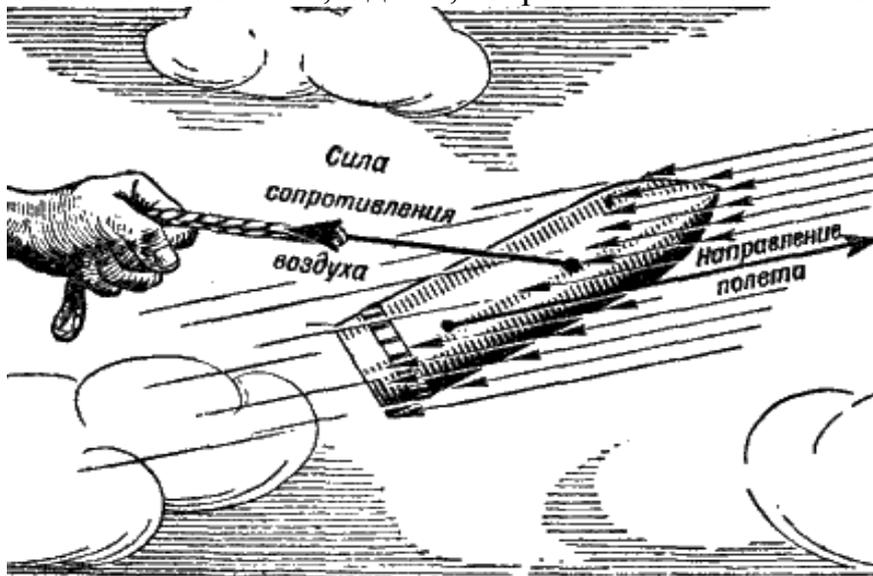
**Рисунок 1-11. Действие сопротивления воздуха**

Выпустим снаряды одинаковой формы из трех разных орудий. Орудия эти подобраны так, что начальная скорость их снарядов одна и та же – 442 метра в секунду. Снаряды почти совершенно одинаковы по форме. Пусть и угол бросания у всех трех орудий будет один и тот же – 20 градусов. Тогда снаряд 37-миллиметровой пушки при этих условиях пролетит 4100 метров. Снаряд 76-миллиметровой пушки пролетит 5 700 метров. А снаряд 152-миллиметровой пушки залетит дальше всех – на 6 300 метров. В вакууме траектория снаряда была бы симметричной параболой. Но в воздухе траектория всегда несимметрична: дальняя – нисходящая – ветвь у нее круче и короче восходящей, и снаряд падает круче, чем вылетает из орудия, то есть, угол падения снаряда всегда больше угла бросания. Чем легче снаряд, тем более несимметрична траектория, тем круче и короче нисходящая ветвь.



**Рисунок 1-12. Элементы траектории снаряда**

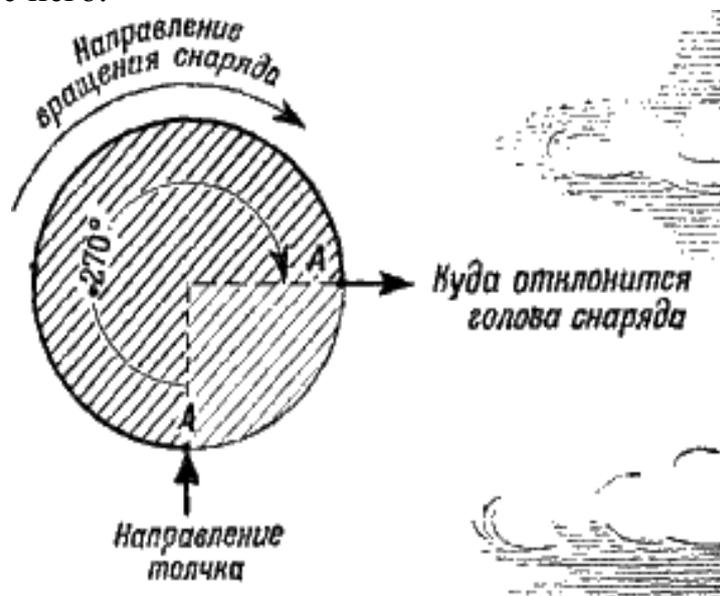
Вылетевший из ствола снаряд, следуя по ходу нарезов, начинает быстро вращаться, сохраняя вращение и в воздухе. Вращается он в наших орудиях слева вверх направо, то есть, если смотреть сзади, – по направлению движения часовой стрелки. Снаряд вращается в тридцать раз быстрее автомобильного колеса и в пять-семь раз быстрее, чем воздушный винт самолета. Летящий снаряд является аналогом гироскопа, вращаясь со скоростью от 200 до 500 оборотов в секунду. Основное свойство гироскопа: если гироскоп раскручен вокруг оси симметрии, то направление оси симметрии остаётся неизменным. Эта огромная скорость достаточна, чтобы обеспечить устойчивость современного продолговатого снаряда в полете. Но если бы снаряд был в полете вполне устойчив, он и падал бы на землю не головой, а дном, сохраняя начальное положение.



**Рисунок 1-13. Действие силы сопротивления воздуха на снаряд в полёте**

На самом же деле снаряд летит не так. Еще один опыт с гироскопом поможет нам лучше понять особенности полета снаряда. Поставим на гироскоп фигуру. В ее вытянутую руку вложим груз. Вы думаете,

вращающийся гироскоп наклонится вниз, в сторону груза? Ничуть не бывало: гироскоп повернется вокруг своей вертикальной оси слева направо. Попробуйте теперь толкнуть гироскоп, ударить по одному из концов горизонтальной оси. Казалось бы, гироскоп должен от такого толчка повернуться на своей вертикальной оси. Не тут-то было: на самом деле гироскоп начнет поворачиваться вокруг горизонтальной оси так, что фигура упадет с него.



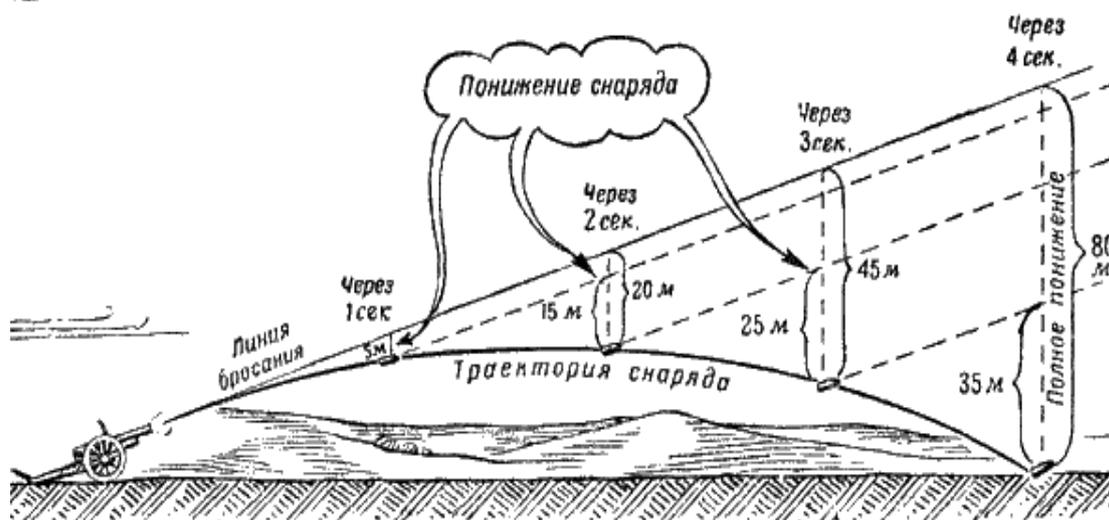
**Рисунок 1-14. Как отражается на снаряде внешний толчок**

Другое важное свойство гироскопа: он изменяет положение своей оси, двигаясь всегда под прямым углом к направлению действия внешней силы и в сторону своего вращения. В самом начале своего полёта снаряд летит по прямой линии и встречает лобовое сопротивление воздуха. Но под действием силы тяжести траектория полёта снаряда начинает опускаться ниже. И чем больше он опускается, тем больше подставляет сопротивлению воздуха уже не голову, а бок. Площадь, на которую давит воздух, становится больше, и сила сопротивления воздуха стремится уже не только тормозить, но и опрокинуть снаряд головой назад вокруг смещенного к задней части снаряда центра тяжести. Невращающийся снаряд опрокинулся бы при этом. Но снаряд вращается. Как и маховик гироскопа, он стремится сохранить устойчивость; на действие внешней силы он отвечает поворотом в направлении, перпендикулярном тому, по которому действует сила. В этом новом положении воздух сильнее давит на снаряд слева, стремится повернуть его голову вправо. Упрямый снаряд-гироскоп повернет ее вниз. Тогда воздух, действуя на снаряд сверху, начнет загибать его голову вниз. А снаряд-гироскоп сделает опять по-своему – и повернет ее влево.



**Рисунок 1-15. Коническое вращение головной части снаряда**

Как только воздух попытается свернуть голову снаряда влево, снаряд поднимет ее вверх. И такая борьба снаряда-гироскопа с силой сопротивления воздуха продолжается всё время полета. Таким образом, с точки зрения Внукова, Пуассон неправ – во время полёта ось снаряда не находится стационарно выше касательной к траектории. Неправ и Биркгоф – во время полёта ось снаряда не находится стационарно справа касательной к траектории. Голова снаряда перемещается то вправо, то вниз, то влево, то есть описывает около траектории круг, а ось снаряда описывает коническую поверхность. В результате, вращающийся снаряд летит все время головой вперед и в таком же положении падает на землю. Та же самая сила сопротивления воздуха, которая мешала, опрокидывала снаряд, начинает помогать, как только снаряд приобретает вращательное движение: сила сопротивления воздуха теперь уже «привязывает» голову снаряда к траектории, делает его послушным.



**Рисунок 1-16. Теоретический полёт снаряда в безвоздушном пространстве**

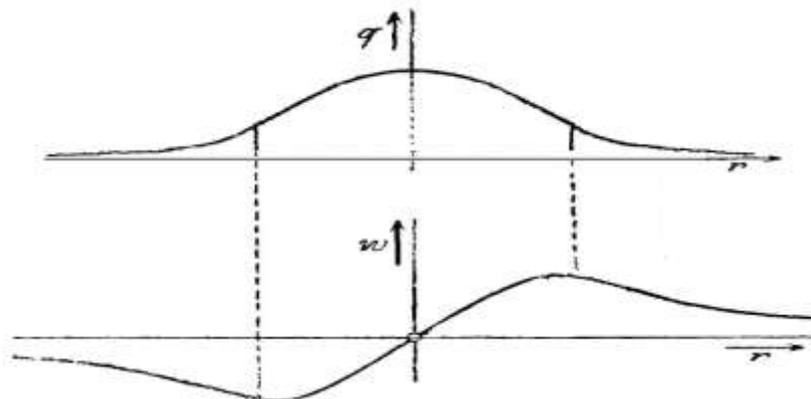
Так как большую часть полёта снаряд получает внешнее опрокидывающее воздействие снизу, то и большую часть полёта снаряд разворачивается вправо, формируя эффект деривации. Эффект деривации увеличивается с увеличением времени полёта потому, что увеличивается скорость падения снаряда под действием силы гравитации, соответственно увеличивается опрокидывающее воздействие снизу. В первую секунду полета снаряд опустится приблизительно на 5 метров (точнее – на 4,9 метра), во вторую – почти на 15 метров (точнее, на 14,7 метра), и в каждую следующую секунду скорость падения будет увеличиваться почти на 10 метров в секунду (точнее – на 9,8 метра в секунду). Таков закон свободного падения тел, открытый Галилеем.

Именно такое же объяснение явления деривации ещё раньше Внукова дал русский ученый–артиллерист Н. А. Забудский. В своей книге он задаёт такой вопрос: одинаковое ли сопротивление воздуха испытывают все части боковой поверхности летящего снаряда, или это сопротивление сильнее с какой–либо одной стороны? На первый взгляд может показаться, что – одинаковое: ведь снаряд последовательно поворачивает при полёте свою головную часть вправо, вниз, влево и вверх. Но такой ответ будет слишком поспешным. Давая такой ответ, мы допустили бы ошибку, так как не учли бы, что снаряд непрерывно понижается под линией бросания из–за действия силы тяжести. Снаряд испытывает более сильное сопротивление воздуха попеременно слева, справа и сверху исключительно оттого, что во время полета он поворачивает головную часть в ту или другую сторону. Снизу же он испытывает более сильное сопротивление, чем с других сторон, еще из–за того, что под действием силы тяжести он опускается под линией бросания по закону свободного падения тел. Вы уже знаете, что понижение снаряда под линией бросания происходит в течение всего времени его полета, и притом с нарастающей скоростью; 4,9 метра в первую секунду полета и еще на 9,8 метра больше в каждую последующую секунду. Вот это–то непрерывное понижение снаряда под линией бросания и приводит к тому, что снизу снаряд испытывает более сильное сопротивление воздуха, чем с любой другой стороны – слева, сверху или справа. Вспомните, что при "толчке" снизу гироскоп, вращающийся слева вверх направо (по ходу часовой стрелки), повернется вправо. Но ведь снаряд испытывает такие "толчки" непрерывно, один за другим в течение всего своего полета, так как понижение снаряда под линией бросания происходит непрерывно; значит так же непрерывно головная часть снаряда будет отклоняться вправо от первоначального направления – дополнительно к круговому коническому вращению. Следовательно, в течение всего времени полета снаряд будет загибаться вправо и притом чем дальше, тем больше. Таким образом, при более подробном изучении вопроса о полете снаряда, вращающегося слева вверх направо, мы должны будем сказать, что под действием силы сопротивления воздуха и силы тяжести такой снаряд описывает головной частью окружность вокруг траектории и непрерывно отклоняется вправо

от направления, по которому был выпущен. Поэтому он падает не в той точке, куда было наведено оружие, а правее. В этом и заключается явление, называемое деривацией. Величина деривации тем больше, чем продолжительнее полет снаряда. Снаряд 76-миллиметровой пушки при стрельбе на 5 километров отклоняется вправо на 5 метров, а при стрельбе на 10 километров – уже на 50 метров. При стрельбе на 10 километров из 122-миллиметровой гаубицы деривация получается еще больше – 110 или даже 310 метров – в зависимости от того, будем ли мы стрелять при углах возвышения меньше 45 или больше 45 градусов. Таким образом, вследствие деривации траектория снаряда представляет собой кривую не только в вертикальной плоскости, но и в горизонтальной. Часто задают такой вопрос: ну, а будет ли деривация у снаряда, выпущенного вертикально вверх? На этот вопрос надо ответить так: при стрельбе строго вверх деривация отсутствует, так как действие силы тяжести на снаряд, выпущенный вертикально, выразится только в том, что его поступательная скорость будет постепенно уменьшаться, давление же воздуха на корпус такого снаряда будет оставаться равномерным со всех сторон.

## 2. Параметры линейных вихрей

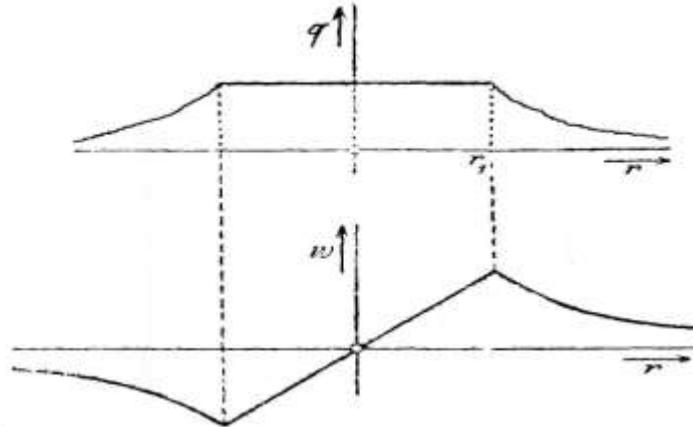
Гельмгольц упомянул, что уже Эйлер обратил внимание на то, что существуют и такие случаи движения жидкости, при которых не имеет места потенциал скоростей, например, вращение жидкости около оси при одинаковой угловой скорости всех частиц. Гельмгольц решил подвергнуть исследованию формы движения, при которых не существует потенциала скоростей. Вихревыми линиями он стал называть линии, проведённые в жидкой массе таким образом, что их направление повсюду совпадает с направлением мгновенной оси вращения лежащих на них частиц жидкости. А вихревые нити - это части жидкой массы, которые выделяются, если через все точки контура бесконечно малого элемента поверхности провести соответственные вихревые линии. Он математически доказал, что существование потенциала скоростей исключает возможность существования вращательного движения жидких частиц. Только в том случае, когда не существует потенциала скоростей, возможны вращения жидких частиц, именно такие движения можно характеризовать как вихревые. У Гельмгольца изолированная вихревая нить построена так, что её угловая скорость в центре наибольшая, а по краям постепенно уменьшается до нуля, убывает пропорционально кубу расстояния до оси вращения (рисунок ниже).



**Рисунок 2-1. Распределения угловой и окружной скорости в вихре Гельмгольца**

Более приближено к реальности математическое представление вихря Жуковским. Пусть центральный цилиндрический столбик жидкости в цилиндре, некоторой толщины, вращается, как твердое тело, около своей оси. Вся остальная масса жидкости крутится около этого столбика по кругам. **Результирующая скорость каждой жидкой частицы в этих кругах обратно пропорциональна расстоянию от частицы до оси столбика.** Эти скорости, убывая по мере приближения к центральному столбику, плавно переходят на его поверхности в скорость столбика. Такое движение жидкости и называется *вихрем*, а характеризующий его цилиндрический столбик называется *вихревым шнурком*. Титъенс пишет, что таким же представлением вихревой нити пользовался Прандтль. При вычислениях вихревую нить целесообразно заменять вихревым ядром с

постоянной угловой скоростью, вращающимся как твердое тело. Течение вне этого ядра полагается потенциальным.



**Рисунок 2-2. Распределения угловой и окружной скорости в вихре Жуковского**

На рисунке выше вверху изображен график распределения угловой скорости жидкости вихревого ядра в зависимости от расстояния от оси, где  $r_1$  - радиус вихревого ядра. Ниже нарисован график распределения окружной скорости жидкости вихря в зависимости от расстояния. Окружная скорость ядра является максимумом, она связана с угловой скоростью соотношением:  $|\omega_1| = q \cdot r_1$

На оси вихря окружная скорость равна нулю. Далее, по закону вращения твёрдого тела, окружная скорость повышается до максимума на границе ядра, а от границы до бесконечности убывает обратно пропорционально

расстоянию от оси:  $|\omega| = \frac{\Gamma}{2\pi r} = q \frac{r_1^2}{r}$

Вычисления, при введении упрощающего предположения о вихревом ядре, показывают, что в окрестности прямолинейного вихря распределение давления имеет вид, показанный внизу на рисунке ниже. На этом же рисунке вверху для сравнения показано распределение скоростей.

Давление на поверхности ядра равно:  $p_1 = p_0 - \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi^2 r_1^2}$ ,  $p_0$  - давление в бесконечности

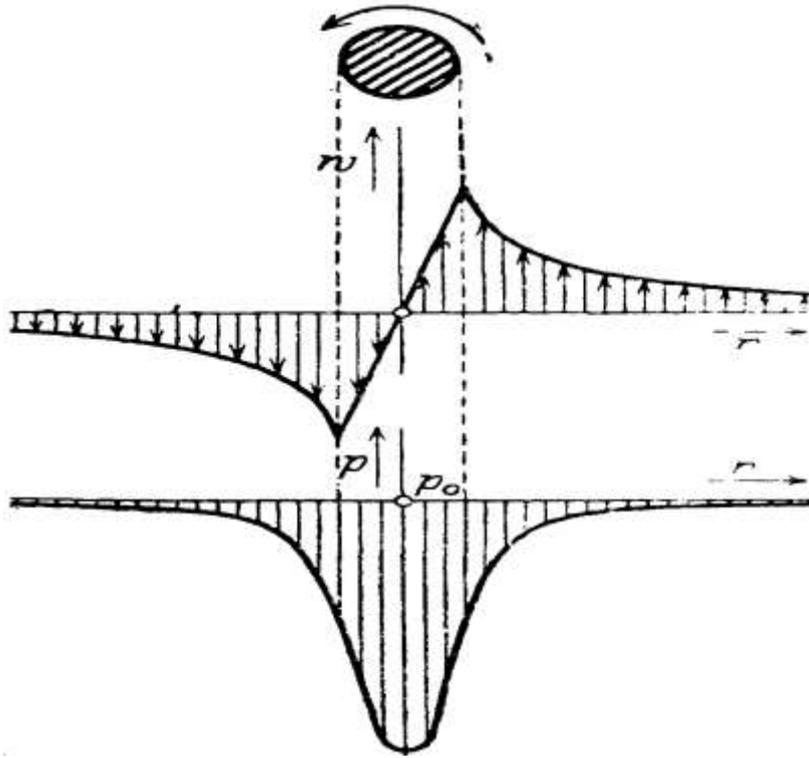
Для потенциального течения за пределами ядра давление обратно пропорционально квадрату расстояния до оси:

$$p = p_0 - \frac{\rho \omega^2}{2} = p_0 - \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi^2 r^2}, \text{ где } \omega = \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

В ядре давление равно:

$$p = p_1 - \rho \int_r^{r_1} \frac{\omega^2}{r} dr = p_0 - \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi^2 r_1^2} - \rho \int_r^{r_1} \frac{\omega^2}{r} dr = p_0 - \frac{\rho \Gamma^2 (2r_1^2 - r^2)}{8\pi^2 r^2} \text{ (параболоид)}$$

Самое низкое давление в середине ядра на оси:  $p_m = p_0 - \frac{\rho \Gamma^2}{4\pi^2 r_1^2}$



**Рисунок 2-3. Распределение давления в окрестности вихревого ядра Жуковского**

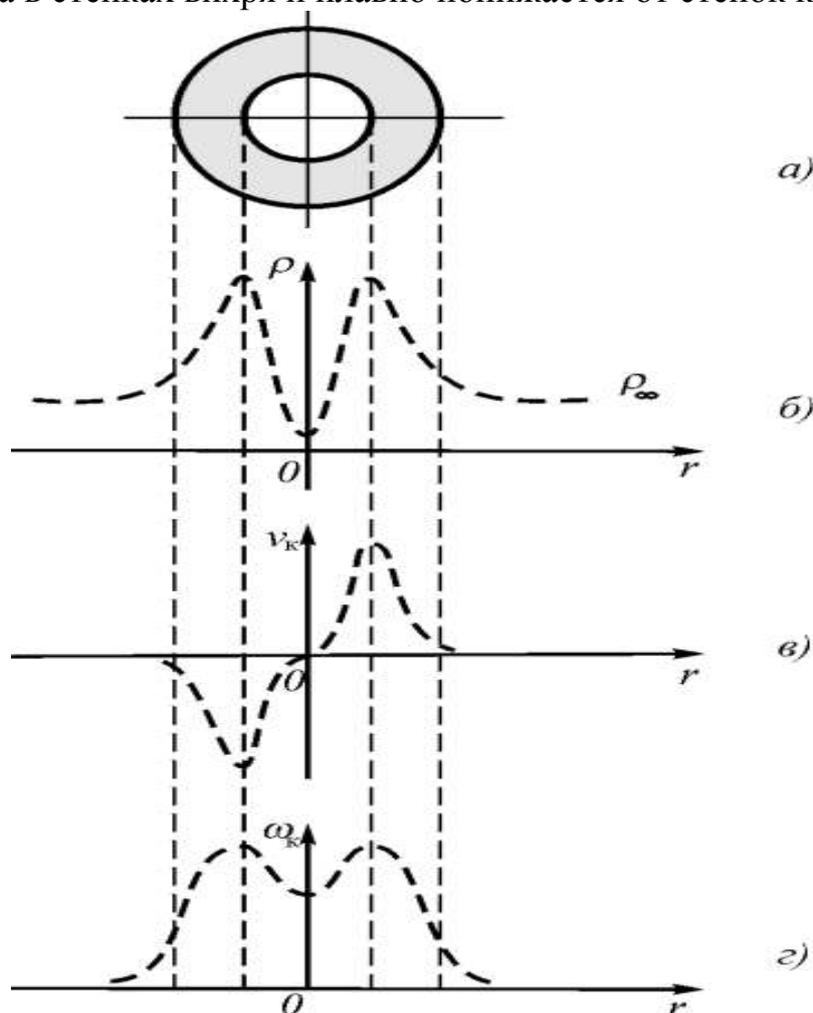
Спустя полвека после Жуковского совершенно иное описание линейного вихря в газовой среде было представлено Ацюковским.



**Рисунок 2-4. “Глаз урагана” в водяной воронке**

Главной особенностью вихревой модели Ацюковского является учёт существования реального явления, называемого “глаз урагана”. Это внутренняя область в атмосферных вихрях, в которой наблюдается отсутствие движения воздуха. Центробежная сила, стремящаяся отбросить газ на окраины вихря, в установившемся движении должна быть уравновешена силой, которая возникает из-за разности давлений внешней среды и слоев, находящихся в области, располагающихся ближе к центру вращения. Отброс центробежной силой газа из центральной области вихря на периферию способствует тому, что газовый вихрь формируется как

вращающаяся труба, в стенках которой размещается основная масса вихря. В стенках вихря газ вращается с самой высокой угловой скоростью, которая плавно убывает при направлении к периферии и к центру вихря. Окружная (касательная) скорость в центре равна нулю, плавно повышается по направлению к стенкам (но не по линейному закону, как у Жуковского), и опять плавно понижается по направлению к периферии. Аналогично и плотность газа, по мнению Ацюковского, минимальна в центре вихря, максимальна в стенках вихря и плавно понижается от стенок к периферии.

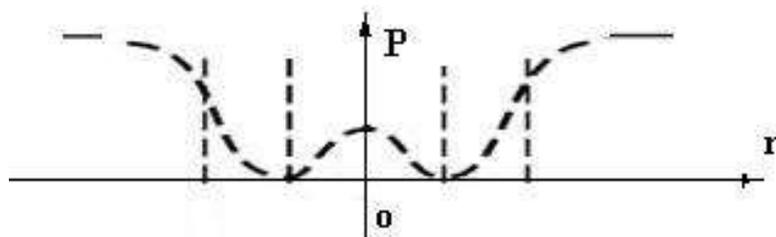


**Рисунок 2-5. Эпюры плотности, касательной и угловой скорости в вихре**

Эпюры касательной и угловой скорости, представленные Ацюковским, не вызывают возражений. Они гораздо ближе к реальности, чем эпюры Гельмгольца и Жуковского. Но, распределение плотности газа в линейном вихре явно неверное. Ацюковский считает, что газ в стенках вихря уплотнён. Не может газ в стенках быть уплотненным. В центре вихря пониженная плотность только потому, что частицы газа покидают эту область под действием центробежной силы. В стенках другая ситуация. Представим, что в какой-то начальный момент плотность стенок намного выше плотности окружающей среды. Каждая частица стенок в этот момент движется по касательной к поверхности до тех пор, пока не столкнется с другой частицей. Запускаем процесс, время пошло. И все частицы стенок дружно побежали стройными колоннами прочь. И остановить их нечем.

Чтобы каждую частицу вернуть к стенке, необходимо ее столкнуть с другой частицей, двигающейся во встречном направлении. Но все окружающие её частицы бегут рядом с ней прочь. И убежать от стенок частицы будут до тех пор, пока не возникнет ситуация, когда на каждую частицу стенок, в течение времени прохождения ею средней длины свободного пробега, всегда найдется частица окружающей среды, толкающая её обратно к стенке. И толкнуть ее может не каждая частица, а только каждая вторая, то есть та, которая движется во встречном направлении. Условием устойчивости вихря должно быть абсолютное равенство давления стенок на окружающую среду и давления окружающей среды на стенки. Главное отличие стенок от окружающей среды заключается не в плотности газа, а в упорядоченности движения частиц. Именно упорядоченное движение меняет свойства газа. Ярким примером является газовая кумулятивная струя, способная разрезать твердые тела. Если в свободном газе все частицы движутся хаотическим образом, то в стенках вихря они движутся преимущественным образом упорядоченно. С увеличением расстояния от стенок происходит постепенный переход от упорядоченного движения частиц газа к хаотическому движению.

Теперь попробуем детально рассмотреть распределение давления в модели Ацюковского. По закону Бернулли, минимальное давление там, где максимальная скорость потока, а максимальное давление там, где скорость потока равна нулю. Соответственно, получается, что максимальное давление на бесконечном удалении от вихря, минимальное давление в стенках вихря. В центре на оси вихря давление меньше нормального давления на бесконечности и плавно понижается к стенкам вихря.



**Рисунок 2-6. Эпюр давления в калиброванном атмосферном линейном вихре**

Таким образом, модели Жуковского и Ацюковского одинаково моделируют линейный вихрь за внешними пределами стенок, но отличаются моделированием параметров вихря внутри стенок. Из математических исследований Кастерина следует, что наиболее долгоживущими линейными вихрями в атмосфере являются смерчи, у которых диаметр стенок равен 10 метрам, а их окружная скорость равна скорости звука. Такие вихри можно назвать калиброванными. В калиброванном вихре все молекулы в стенках движутся со скоростью звука только в плоскости вращения. Так как скорость звука примерно равна средней скорости молекул, то составляющие скорости вдоль оси вращения должны быть равны нулю. Тогда и давление в стенках калиброванного вихря вдоль этой оси должно быть равно нулю. Если давление в стенках реального линейного вихря существенно ниже

нормального давления среды на бесконечности, то благодаря разнице давлений должен возникнуть поток окружающей среды вглубь вихря через торцы его стенок. В идеальном варианте поток внутрь вихря должен поступать симметрично с обоих торцов стенок. В условиях атмосферы Земли симметрия нарушается. В смерчах наибольший поток идёт снизу вверх. Смерч, как пылесос, засасывает в себя всё, что находится на поверхности на пути его следования.



**Рисунок 2-7. Поток среды вглубь идеального линейного вихря**

Если стенки вихря непрерывно засасывают окружающую среду, то эта лишняя среда как-то должна утилизироваться вихрем. Рассмотрим возможные способы утилизации.

Первый способ – лишняя среда может уходить на удлинение стенок вихря вдоль его оси. В конечной жидкой среде вихрь может свободно распространяться до самых границ среды. Такое можно наблюдать при спуске воды из ванны, когда вихрь распространяется на всю глубину жидкости, превращаясь на поверхности в вихрь Ранкина. В атмосфере можно наблюдать зарождение смерча, когда из тучи вытягивается хобот и достигает нижней границы атмосферы (поверхности Земли).



**Рисунок 2-8. Вытягивание в длину идеального линейного вихря**

Второй способ утилизации поступающей в линейный вихрь среды – увеличение диаметра стенок вихря.



**Рисунок 2-9. Увеличение диаметра идеального линейного вихря**

Таким образом, можно сделать вывод, что до тех пор, пока подпитываемая энергия превышает потери энергии, реальный линейный вихрь вынужден непрерывно увеличиваться в геометрических размерах.

### 3. Взаимодействие двух линейных вихрей

Гельмгольц математически исследовал поведение параллельных прямолинейных вихревых нитей с бесконечно малым поперечным сечением в жидкой массе, распространяющейся в бесконечности во всех направлениях, перпендикулярных к нитям. Жидкость либо заполняет всё беспредельное пространство, либо ограничена двумя перпендикулярными к вихревым нитям плоскостями. В действительности таких идеальных вихревых нитей, как их описал Гельмгольц, в природе не существует. Реальные вихри зарождаются, изменяются и исчезают. Однако поведение реальных вихрей при взаимодействии подобно поведению вихревых нитей.

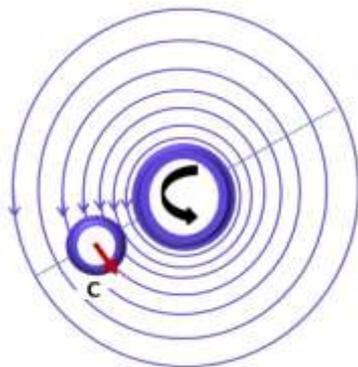


**Рисунок 3-1. Пара линейных вихрей в атмосфере над водой**

Если в работе Гельмгольца мы заменим словосочетание “вихревая нить” словосочетанием “линейный вихрь”, то особых противоречий не будет. Из свойств вихревых нитей, сформулированных Гельмгольцем, я отфильтровал пять правил, пригодных для реальных условий. На иллюстрациях вихри изображаются с пустотой внутри, имитирующей реальный так называемый “глаз урагана” в атмосферных вихрях. Кроме того, чтобы картина поведения реальных линейных вихрей была более полной, мною добавлены дополнительные правила взаимодействия на малых расстояниях (меньше трех диаметров в книге Алексеенко, Куйбина и Окулова, например).

**Правило 1. Каждый линейный вихрь толкает любой соседний параллельный линейный вихрь в направлении, перпендикулярном к линии, их соединяющей в соответствии с направлением собственного вращения. Расстояние между ними от этого не изменяется.**

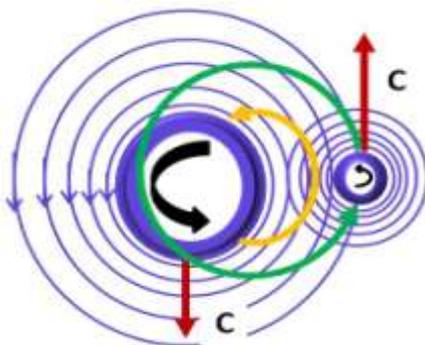
**Пояснение.** Линейный вихрь увлекает во вращение окружающую его среду. Увлекаемая во вращение движущаяся среда толкает любой объект, находящийся на её пути. Тогда с математической точки зрения можно сказать, что вокруг вращающегося вихря на любой объект воздействует сила смещения (С), перпендикулярная линии, соединяющей их центры.



**Рисунок 3-2. Воздействие линейного вихря на соседний вихрь**

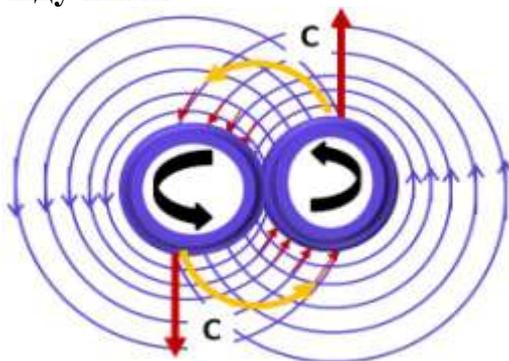
**Правило 2.** Два параллельных линейных вихря с одинаковым направлением вращения будут вращаться вокруг их общего центра тяжести, находящегося между ними.

**Пояснение.** Вихри увлекают во вращение и окружающую их среду. Увлекаемая во вращение каждым вихрем движущаяся среда толкает соседний вихрь. Направления вращения таковы, что вихри толкаются в противоположных направлениях. При этом поворачивается вокруг центра тяжести линия, соединяющая центры вихрей. Соответственно, поворачиваются и направления сил смещения (С). В результате чего вихри начинают вращаться вокруг общего центра тяжести смещённого ближе к вихрю с большей интенсивностью.



**Рисунок 3-3. Вращение разных вихрей с одинаковым направлением вращения**

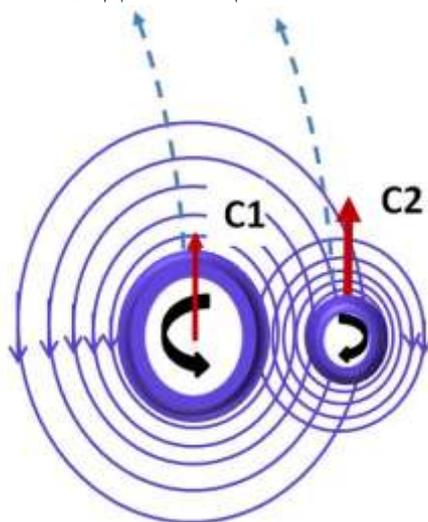
**Правило 3.** Если произведение скорости вращения на поперечное сечение (интенсивность) у двух параллельных линейных вихрей одинаково по величине, то их общий центр тяжести будет находиться ровно посередине между ними.



**Рисунок 3-4. Взаимодействие вихрей с одинаковым направлением вращения**

**Правило 4.** Два параллельных противоположенных линейных вихря разной интенсивности будут вращаться вокруг их общего центра тяжести, лежащем на продолжении соединяющей их линии.

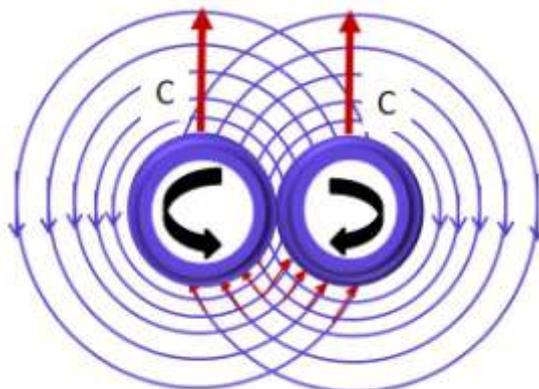
**Пояснение.** Вращающиеся вихри увлекают во вращение и окружающую их среду. Увлекаемая во вращение каждым вихрем движущаяся среда толкает соседний вихрь разной силой смещения ( $C_1, C_2$ ). Направления вращения таковы, что толкаемые вихри двигаются с разной скоростью, но в одном направлении. С одинаковой угловой скоростью они двигаются по окружностям разного радиуса вокруг их общего центра тяжести, лежащем на продолжении линии, их соединяющей.



**Рисунок 3-5. Движение по окружности вихрей с противоположным вращением**

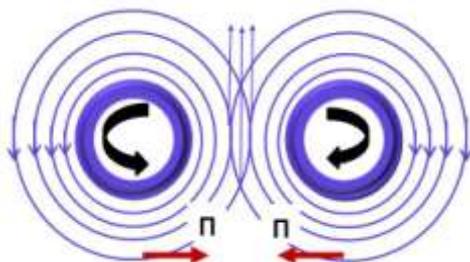
**Правило 5.** Если произведение скорости вращения на поперечное сечение (интенсивность) одинаково по величине для двух параллельных противоположенных линейных вихрей, то их общий центр тяжести находится в бесконечности. В этом случае оба вихря будут передвигаться параллельно с одинаковой скоростью.

**Пояснение.** Вращающиеся вихри увлекают во вращение и окружающую их среду. Увлекаемая во вращение каждым вихрем движущаяся среда толкает соседний вихрь одинаковой силой смещения ( $C$ ). Направления вращения таковы, что толкаемые вихри двигаются в одном направлении.



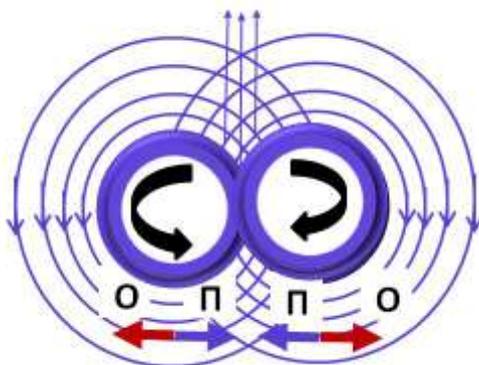
**Рисунок 3-6. Движение в одном направлении противоположенных вихрей**

**Дополнение 1.** Притягиваются друг к другу параллельные линейные вихри, вращающиеся в противоположных направлениях и удалённые друг от друга на расстояние, соизмеримое с их диаметрами. **Пояснение.** Вращающиеся вихри увлекают во вращение и окружающую их среду. В результате чего в промежутке между вихрями совпадает направление движения увлечённой во вращение среды. В пространстве между ними возникает усиленный поток среды. По закону Бернулли в этом пространстве давление среды понижается. Поэтому, более высокое давление с внешних сторон вихрей толкает их по направлению друг к другу в область пониженного давления среды между ними.



**Рисунок 3-7. Притяжение противоположенных вихрей**

**Дополнение 2.** Противонаправленные параллельные линейные вихри притягиваются друг к другу до тех пор, пока не наступит равновесие между силами притяжения (П), возникающими благодаря наличию разницы давления среды и силами отталкивания (О), возникающими благодаря наличию физического явления упругости.



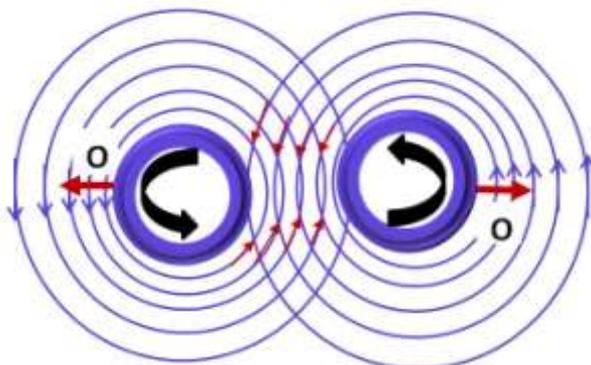
**Рисунок 3-8. Предел притяжения противоположенных вихрей**

**Пояснение.** Более высокое давление с внешних сторон вихрей толкает объекты по направлению друг к другу в область пониженного давления среды между ними. Но, как показывают опыты, вихри обладают упругостью. Чем больше давление на вихри, тем больше упругое сопротивление. В некий момент силы выравниваются, и расстояние между центрами вихрей перестаёт уменьшаться.

**Дополнение 3.** Однонаправленные параллельные линейные вихри отталкиваются друг друга, если расстояние между вихрями соизмеримо с их диаметрами.

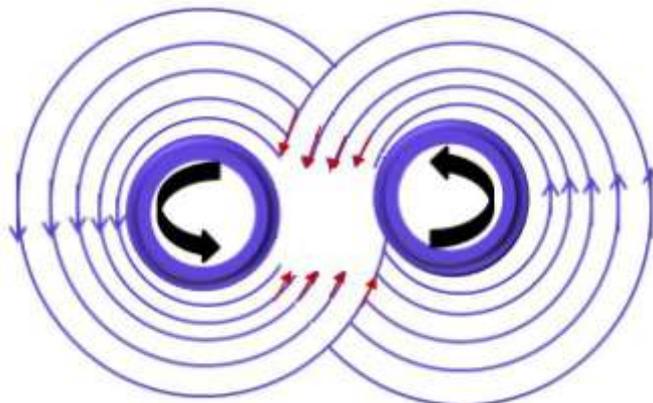
**Пояснение.** Направления вращения вихрей таковы, что в пространстве между ними движение среды, увлекаемой во вращение разными вихрями,

направлено навстречу друг другу, поэтому плотность среды здесь повышается. В результате разницы давлений вихри выталкиваются из области повышенного давления в разные стороны друг от друга.



**Рисунок 3-9. Отталкивание вихрей, вращающихся в одном направлении**

**Дополнение 4.** Однонаправленные параллельные линейные вихри взаимно уничтожают друг друга, если расстояние между вихрями соизмеримо с их диаметрами.



**Рисунок 3-10. Взаимное уничтожение вихрей, вращающихся в одном направлении**

**Пояснение.** Направления вращения вихрей таковы, что в пространстве между ними движение среды направлено навстречу друг другу. Поэтому в этом месте вихревое движение взаимно уничтожается. В конечном итоге из двух вихрей выживают остатки самого интенсивного вихря.

#### 4. Взаимодействие твёрдых шаров в жидкости

В результате математического исследования задачи о движении в жидкости двух шаров Жуковский получил выражения для сил, действующих на шары. В результате исследования этих выражений получено шесть выводов. Жуковский также рассмотрел кажущееся взаимодействие пульсирующих шаров при наиболее простом случае, когда центры обоих шаров неподвижны, а расстояние между шарами намного больше радиуса шаров. В результате получено ещё два вывода. Рисунки и пояснения ко всем выводам добавлены мною. Кроме того, чтобы картина взаимодействия шаров была более полной, мною добавлены дополнительные правила поведения вращающихся твёрдых шаров.

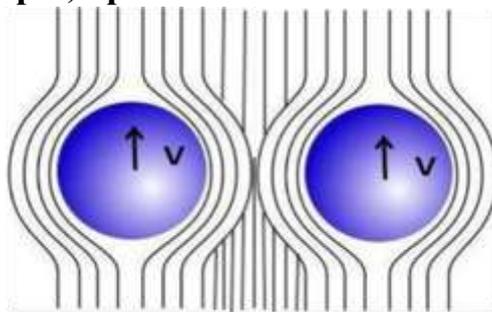
**Вывод 1.** Два шара, движущиеся равномерно по линии, соединяющей их центры, отталкиваются.



**Рисунок 4-1. Отталкивание шаров, равномерно движущихся по соединяющей их линии**

**Пояснение.** Классики гидродинамики (Ламб, например) считают, что линии тока идеальной жидкости обтекают шары (или цилиндры) так, как это показано на рисунке выше. Однако такие красивые картинки не полностью отражают реальные физические процессы. Любые движущиеся тела расталкивают окружающую среду не только в стороны, но и вперёд, создавая позади себя пустоту. Шары создают впереди себя волны уплотнения среды, которые изображены на рисунке группами дуг. Возникшая пустота позади шаров плавно заполняется окружающей средой, обтекающей шары. Волны уплотнения впереди первого шара распространяются свободно. Но для волн от второго шара первый шар является препятствием. Эти волны подталкивают первый шар, отражаются от него и тормозят второй шар.

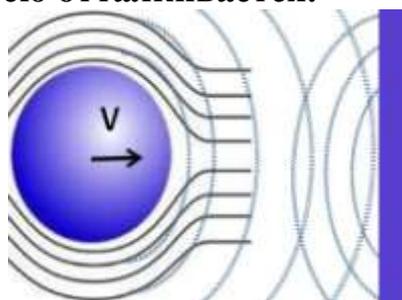
**Вывод 2.** Два шара, движущиеся перпендикулярно линии, соединяющей их центры, притягиваются.



**Рисунок 4-2. Притягивание шаров, движущихся параллельно**

**Пояснение.** Благодаря эффекту трения каждый движущийся шар увлекает в движение и окружающую его среду. Благодаря чему в пространстве между шарами среда увлекается в движение одновременно двумя шарами. Соответственно, в этом месте среда начинает двигаться быстрее, чем с внешних сторон пары шаров, где эффект размывается большим количеством среды. По закону Бернулли в пространстве между шарами возникает пониженное давление. Поэтому с точки зрения физики более правильно будет сказать, что не шары притягиваются друг к другу, а более высокое давление с внешних сторон толкает шары друг к другу.

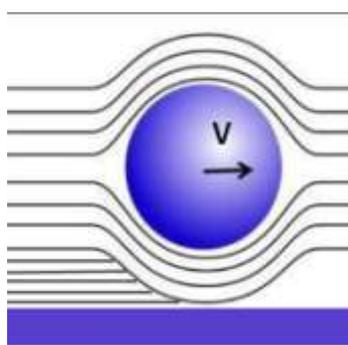
**Вывод 3.** Шар, идущий равномерно по перпендикулярному направлению к стенке, ею отталкивается.



**Рисунок 4-3. Отталкивание шара от стенки при равномерном движении**

**Пояснение.** Аналогичные процессы происходят вокруг заднего шара при движении двух шаров по одной прямой линии. Шар при движении расталкивает окружающую среду не только в стороны, но и вперёд. Он создаёт впереди себя волны уплотнения среды, которые изображены на рисунке дугами. Такие волны впереди шара распространяются свободно до тех пор, пока не встретят препятствие в виде стенки. Эти волны отражаются от стенки, возвращаются и тормозят шар.

**Вывод 4.** Шар, идущий равномерно параллельно стенке, ею притягивается.

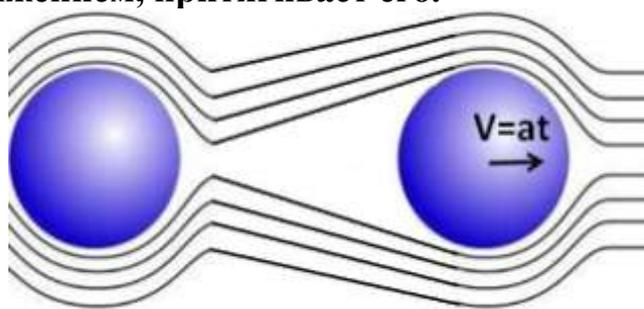


**Рисунок 4-4. Притягивание шара к стенке при параллельном движении**

**Пояснение.** Процессы, происходящие между стенкой и шаром, аналогичны процессам, происходящим между двумя шарами, двигающимися параллельно. Благодаря эффекту трения движущийся шар увлекает в движение и окружающую его среду. С внешней стороны шара пространство безгранично и воздействие шара на среду размывается

большим количеством среды. Между стенкой и шаром в ограниченном пространстве малое количество среды увлекается в движение гораздо энергичнее. Соответственно, в этом месте среда начинает двигаться быстрее, чем с внешней стороны шара. По закону Бернулли в пространстве между шаром и стенкой возникает пониженное давление. Поэтому с точки зрения физики более правильно будет сказать, что не шар притягивается к стенке, а более высокое давление с внешней стороны шара толкает шар по направлению к стенке.

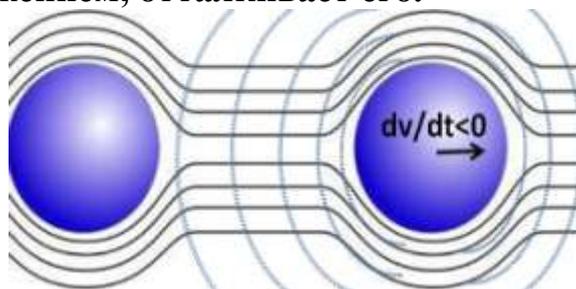
**Вывод 5.** Шар, идущий по направлению радиуса от другого шара ускоренным движением, притягивает его.



**Рисунок 4-5. Притягивание шара к ускоренно убегаящему шару**

**Пояснение.** Как и в предыдущих случаях, передний шар при движении расталкивает окружающую среду не только в стороны, но и вперёд, создавая впереди себя волны уплотнения среды. Но позади переднего шара процессы немного изменились. Возникающая пустота теперь не успевает плавно полностью заполниться окружающей средой. Поэтому с точки зрения физики более правильно будет сказать, что не шар притягивает к себе другой шар, а более высокое давление среды с тыла толкает задний шар в разряженное пространство перед собой.

**Вывод 6.** Шар, идущий по направлению радиуса от другого шара замедленным движением, отталкивает его.

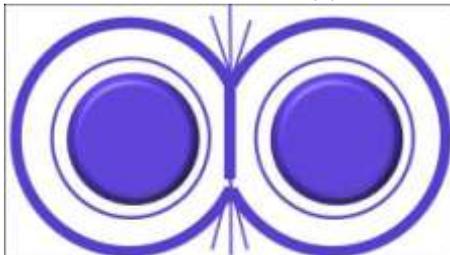


**Рисунок 4-6. Отталкивание шара от замедленно убегаящего (тормозящего) шара**

**Пояснение.** Расстановка аналогична предыдущему случаю, только теперь передний шар не ускоряется, а тормозится. Как и в предыдущих случаях, передний шар при движении расталкивает окружающую среду не только в стороны, но и вперёд, создавая впереди себя волны уплотнения среды. Но позади переднего шара возникают совершенно новые процессы.

Движущийся шар увлекает в движение окружающую среду. Движущаяся среда плавно заполняет пустоту позади движущегося шара. Если систему координат совместить с этой движущейся средой, то получится, что передний шар движется взад с ускорением, создавая впереди своего движения волны уплотнения среды. Именно эти волны и отталкивают второй шар.

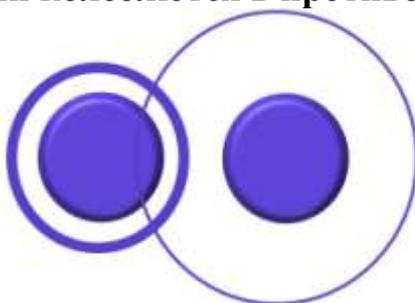
**Вывод 7.** Два одновременно пульсирующих шара притягиваются по закону Ньютона, если колеблются в одинаковых фазах.



**Рисунок 4-7. Притяжение пульсирующих в одинаковой фазе шаров**

**Пояснение.** Пульсирующие шары во время расширения создают вокруг себя волны уплотнения среды, а во время сжатия формируются волны разрежения среды. Если шары колеблются в одинаковых фазах, то волны уплотнения одинаковой интенсивности встречаются ровно посередине между шарами. Здесь они растекаются по плоскости симметрии, частично взаимно уничтожаются и не оказывают никакого влияния на шары. А волны разрежения в любом случае создают между шарами пониженное давление среды. Более высокое давление среды с внешних сторон шаров толкает шары в область пониженного давления среды между шарами по направлению друг к другу.

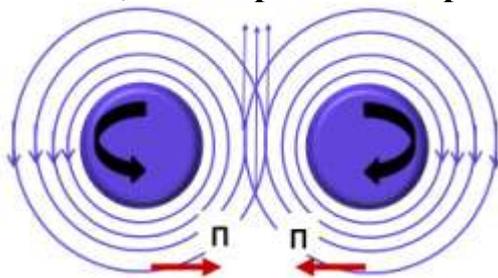
**Вывод 8.** Два одновременно пульсирующих шара отталкиваются по закону Ньютона, если колеблются в противоположных фазах.



**Рисунок 4-8. Отталкивание пульсирующих в противоположных фазах шаров**

**Пояснение.** Пульсирующие шары во время расширения создают вокруг себя волны уплотнения среды, а во время сжатия формируются волны разрежения среды. При колебаниях в противоположных фазах всегда один шар сжимается в то время, когда другой шар расширяется. Каждая волна уплотнения не встречает достойного сопротивления от встречной волны уплотнения и достигает поверхности другого шара, отталкивая его.

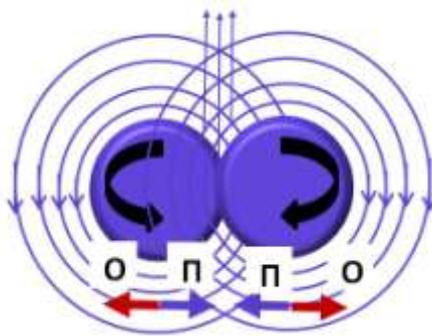
**Дополнение 1.** Притягиваются друг к другу шары, вращающиеся в одной плоскости в противоположных направлениях и удалённые друг от друга на расстояние, соизмеримое с их размерами.



**Рисунок 4-9. Притяжение противонаправленных шаров**

**Пояснение.** Вращающиеся шары увлекают во вращение и окружающую их среду. В результате чего в промежутке между шарами совпадает направление движения увлечённой во вращение среды. В пространстве между ними возникает усиленный поток среды. По закону Бернулли в этом пространстве давление среды понижается. Поэтому, более высокое давление с внешних сторон шаров толкает их по направлению друг к другу в область пониженного давления среды между ними.

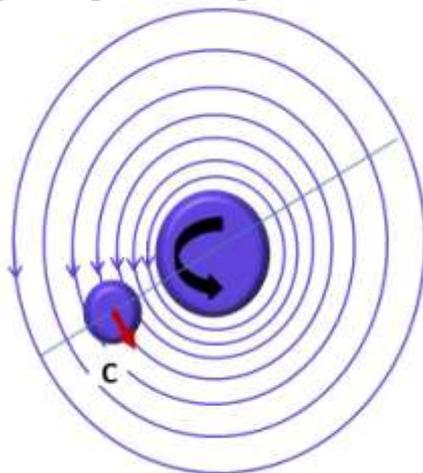
**Дополнение 2.** Шары, вращающиеся в одной плоскости в противоположных направлениях, притягиваются друг к другу до тех пор, пока не наступит равновесие между силами притяжения (П), возникающими благодаря наличию разницы давления среды и силами отталкивания (О), возникающими благодаря наличию физического явления упругости.



**Рисунок 4-10. Предел притяжения противонаправленных шаров**

**Пояснение.** Более высокое давление с внешних сторон шаров не встречая никакого сопротивления толкает объекты по направлению друг к другу в область пониженного давления среды между ними. Сопротивление возникает лишь в момент соприкосновения шаров. Чем больше давление на шары, тем больше они деформируются, тем больше внутреннее упругое сопротивление деформации. В некий момент силы выравниваются, и расстояние между центрами шаров перестаёт уменьшаться.

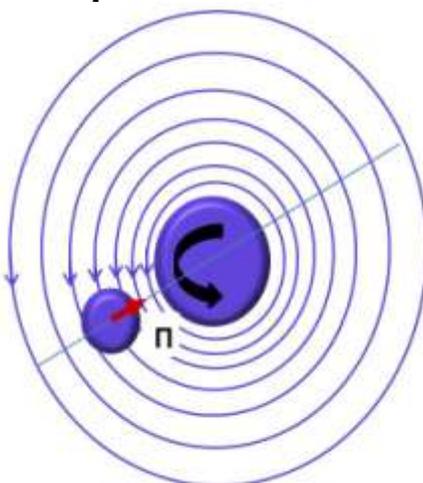
**Дополнение 3.** Вращающийся шар в плоскости своего вращения толкает соседний шар в направлении собственного вращения перпендикулярно к соединяющей их линии, если расстояние между шарами соизмеримо с размерами шаров.



**Рисунок 4-11. Смещение соседнего объекта вращающимся шаром**

**Пояснение.** Вращающийся шар увлекает во вращение и окружающую его среду. Увлекаемая во вращение движущаяся среда толкает любой объект, находящийся на её пути. Тогда с математической точки зрения можно сказать, что вокруг вращающегося шара на любой объект воздействует сила смещения (С), перпендикулярная линии, соединяющей их центры.

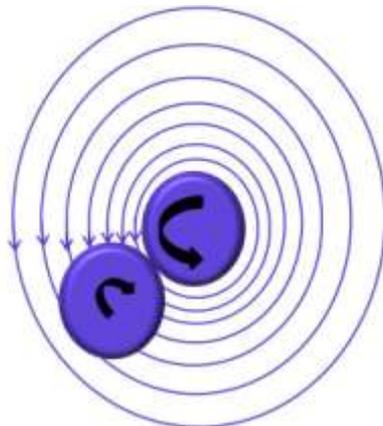
**Дополнение 4.** Вращающийся шар в плоскости своего вращения притягивает к себе соседний шар если расстояние между шарами соизмеримо с размерами шаров.



**Рисунок 4-12. Притяжение соседнего объекта вращающимся шаром**

**Пояснение.** Вращающийся шар увлекает во вращение и окружающую его среду. Чем дальше от шара, тем меньше эффект увлечения. В результате чего поток увлечённой среды между шарами движется быстрее, чем поток увлечённой среды за соседним шаром. Тогда по закону Бернулли в пространстве между шарами возникает пониженное давление среды. Поэтому повышенное давление среды толкает соседний шар в область пониженного давления по направлению к вращающемуся шару.

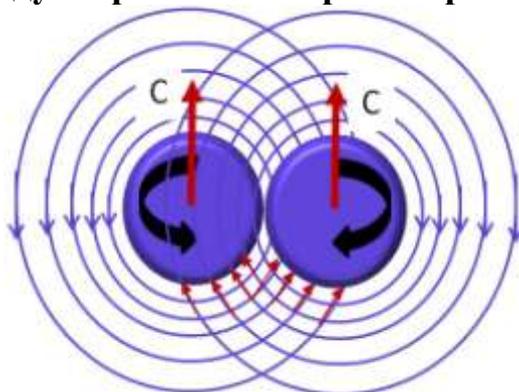
**Дополнение 5.** Вращающийся шар в плоскости своего вращения увлекает соседний шар во вращение вокруг собственной оси в направлении, противоположном направлению собственного вращения, если расстояние между шарами соизмеримо с размерами шаров.



**Рисунок 4-13. Вращающийся шар заставляет вращаться соседний шар**

**Пояснение.** Вращающийся шар увлекает во вращение и окружающую его среду. Чем дальше от шара, тем меньше эффект увлечения. Поэтому давление вращающейся среды больше на ближнюю поверхность соседнего шара, чем на дальнюю поверхность. Из-за разницы давлений возникает момент сил, приводящий во вращение соседний шар.

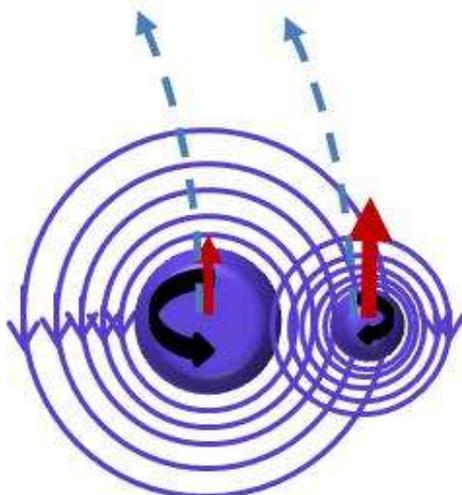
**Дополнение 6.** Пара одинаковых шаров, вращающихся в противоположных направлениях с одинаковой скоростью, перемещаются по прямой перпендикулярно оси, соединяющих их центры, в направлении движения общего потока среды между ними, если расстояние между шарами соизмеримо с размерами шаров.



**Рисунок 4-14. Смещение шаров, вращающихся в противоположных направлениях**

**Пояснение.** Вращающиеся шары увлекают во вращение и окружающую их среду. Увлекаемая во вращение каждым шаром движущаяся среда толкает соседний шар одинаковой силой смещения (С). Направления вращения таковы, что толкаемые шары двигаются в одном направлении. Небольшая боковая составляющая добавляется к силе упругости, смещая баланс сил между силами притяжения и силами упругости в сторону увеличения расстояния между центрами шаров.

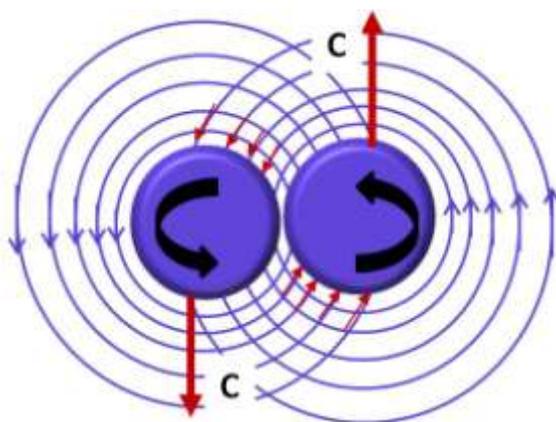
**Дополнение 7.** Пара вращающихся в противоположных направлениях шаров, создающих вокруг себя вращение среды с разной интенсивностью, перемещаются вместе по дуге в направлении движения общего потока среды между ними, если расстояние между шарами соизмеримо с размерами шаров.



**Рисунок 4-15. Смещение разных шаров, вращающихся в противоположных направлениях**

**Пояснение.** Вращающиеся шары увлекают во вращение и окружающую их среду. Увлекаемая во вращение каждым шаром движущаяся среда толкает соседний шар разной силой смещения (С). Направления вращения таковы, что толкаемые шары двигаются с разной скоростью, но в одном направлении. С одинаковой угловой скоростью они двигаются по окружностям разного радиуса вокруг одного центра, находящегося за пределами шаров на линии, соединяющей их центры.

**Дополнение 8.** Пара шаров, вращающихся в одном направлении, вращаются вокруг находящегося между ними центра под действием сил смещения (С), если расстояние между шарами соизмеримо с размерами шаров.

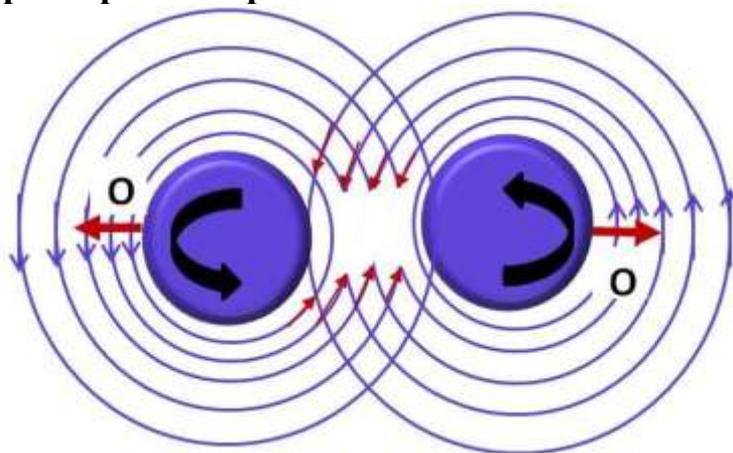


**Рисунок 4-16. Вращение пары шаров вокруг общего центра тяжести**

**Пояснение.** Вращающиеся шары увлекают во вращение и окружающую их среду. Увлекаемая во вращение каждым шаром движущаяся среда толкает соседний шар. Направления вращения таковы, что шары

толкаются в противоположных направлениях. После противоположных микросмещений шаров поворачиваются и направления сил смещения. В результате чего шары начинают вращаться вокруг общего центра тяжести.

**Дополнение 9. Пара шаров, вращающихся в одном направлении, отталкиваются друг от друга, если расстояние между шарами соизмеримо с размерами шаров.**



**Рисунок 4-17. Отталкивание шаров, вращающихся в одном направлении**

**Пояснение.** Вращающиеся шары увлекают во вращение и окружающую их среду. Направления вращения шаров таковы, что в пространстве между ними движение среды, увлекаемой во вращение разными шарами, направлено навстречу друг другу. В результате в этом пространстве движение среды частично взаимно уничтожается, а плотность среды повышается. В результате разницы давлений шары выталкиваются из области повышенного давления в разные стороны друг от друга.

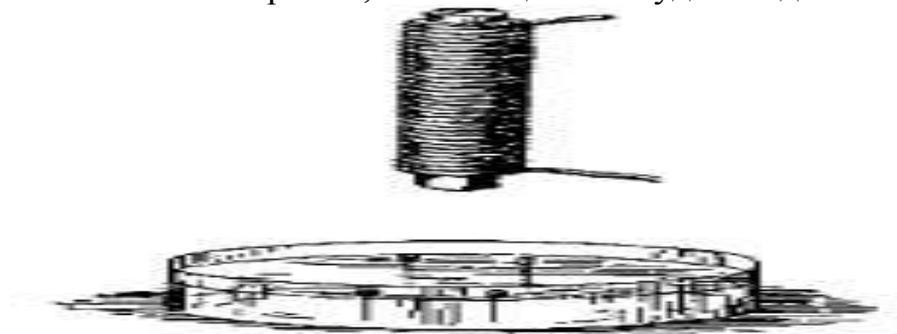
## 5. Статические конфигурации линейных вихрей

В данном разделе гидродинамики исследуются теоретически возможные устойчивые конфигурации абстрактных параллельных линейных вихрей одинаковой интенсивности. Предполагается, что время жизни таких вихрей больше времени образования предлагаемых комбинаций. Подсмотреть в природе такие конфигурации практически невозможно. Лишь изредка возможно одновременное наблюдение нескольких вихрей в одном месте, беспорядочно рассредоточенных.



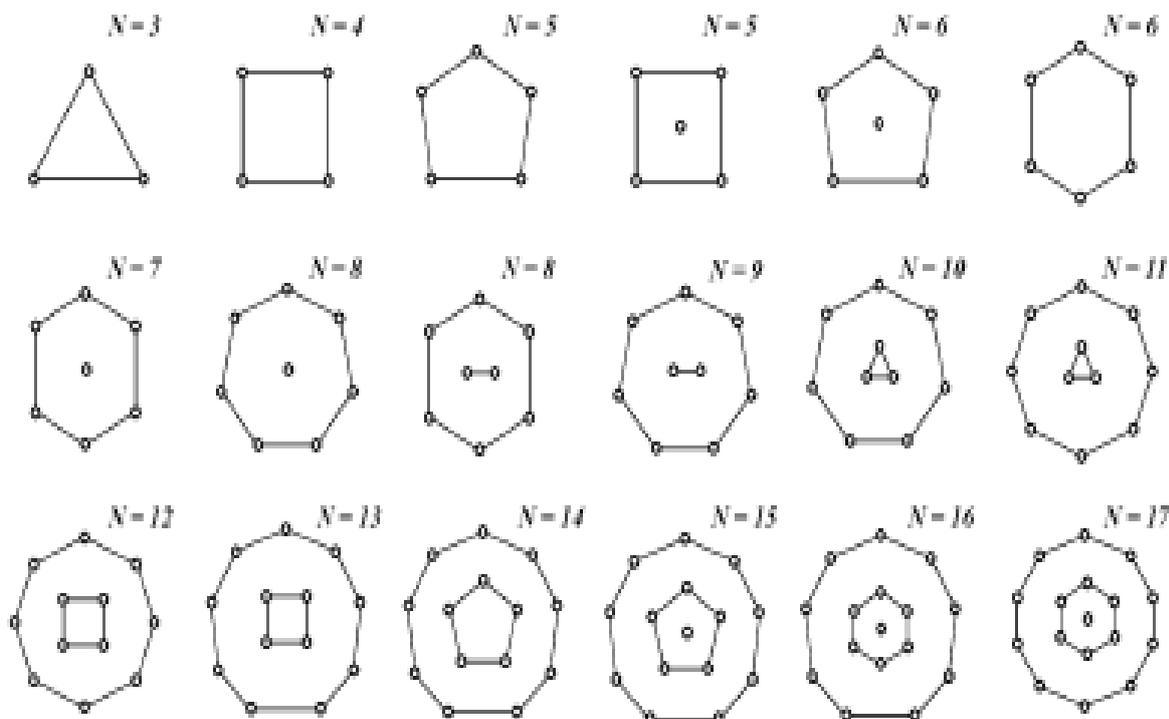
**Рисунок 5-1. Уникальный случай одновременного наблюдения множества смерчей**

Профессору Гарвардского университета Майеру удалось найти уникальный способ имитации взаимодействия линейных вихрей одинаковой интенсивности с одинаковым направлением вращения (одной полярности). Он использовал одинаково намагниченные иголки, воткнутые в маленькие пробки, плавающие в сосуде с водой.



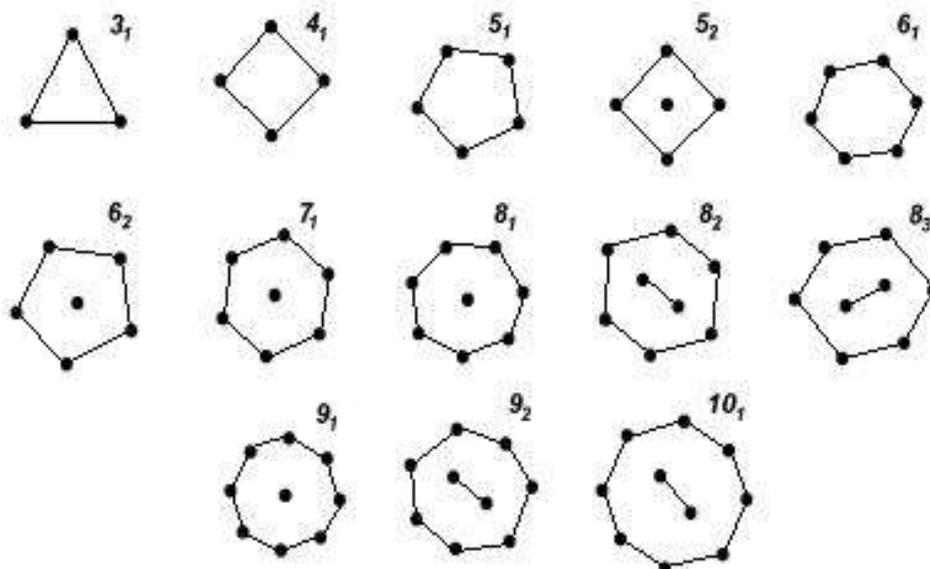
**Рисунок 5-2. Схема опыта Майера**

Игольчатые магниты располагались так, чтобы все их положительные полюса находились над водой. Такие положительные полюса притягиваются к размещенному над сосудом электромагниту и одновременно отталкиваются друг от друга с силами, обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. Была найдена закономерность, что наиболее устойчивыми являются симметричные конфигурации магнитов, расположенных на концентрических окружностях.



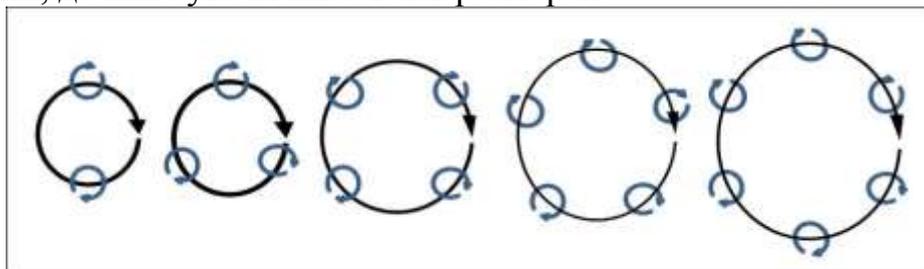
**Рисунок 5-3. Симметричные конфигурации плавающих магнитов**

Вильям Томсон Кельвин обнаружил аналогию стационарного положения магнитов с системой точечных вихрей одинаковой интенсивности, вращающейся вокруг центра симметрии. Дж.Дж.Томсон математически доказал, что правильный вихревой  $N$ -угольник действительно равномерно вращается вокруг центра симметрии. На основе анализа в линейном приближении он показал, что для малых отклонений самыми устойчивыми являются многоугольники с количеством вихрей  $N < 7$ . В настоящее время продолжается поиск новых статических конфигураций вихрей с помощью числовых методов.



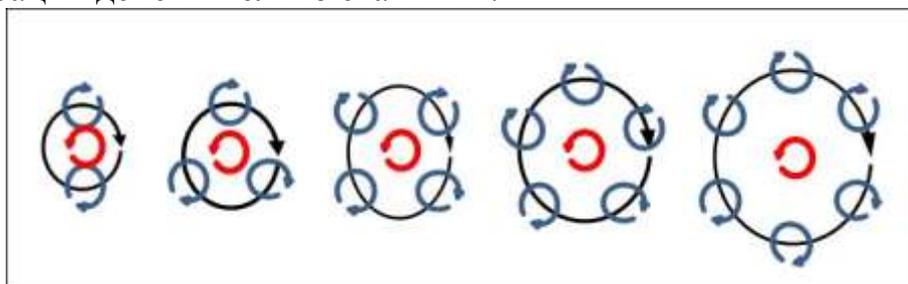
**Рисунок 5-4. Вихревые конфигурации, полученные с помощью числовых методов**

Намагниченные иголки в опытах Майера располагались друг от друга на минимально возможных расстояниях согласно балансу между силами отталкивания между однополярными полюсами и силами притяжения к электромагниту. В случае взаимодействия линейных вихрей с одинаковым направлением вращения баланса сил не существует. Существуют только силы отталкивания, незаметные на расстояниях, больших трех диаметров вихрей и быстро возрастающие на расстояниях, меньших двух диаметров вихрей. Поэтому, правильные многоугольники формально не могут быть статическими конфигурациями. С течением времени окружность, по которой вращается многоугольная конфигурация вокруг центра симметрии, должна увеличиваться в размерах.



**Рисунок 5-5. Устойчивые правильные вихревые N-угольники ( $N < 7$ )**

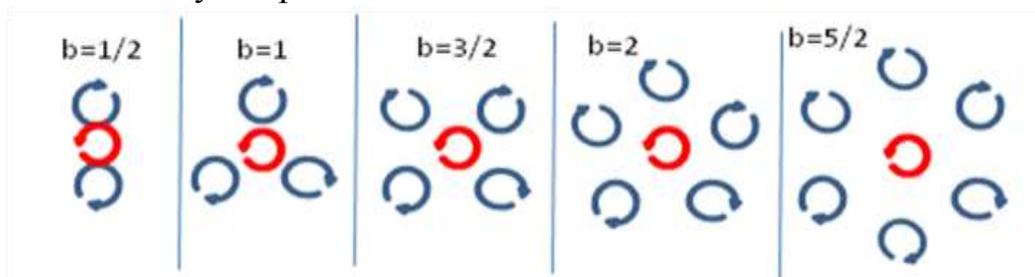
Формально более статичны правильные многоугольники будут в том случае, если в центре симметрии расположить линейный вихрь с противоположным направлением вращения. В этом случае, благодаря притяжению к центральному вихрю, расстояния между однополярными вихрями меньше. Силы притяжения возникают между противоположно направленными вихрями по закону Бернулли. Между ними общий поток, поэтому пониженное давление. Нормальное внешнее давление среды прижимает вихри разной полярности друг к другу. Между однополярными вихрями потоки направлены навстречу друг другу, поэтому в пространстве между ними возникает повышенное давление, которое создаёт силы отталкивания. Если одновременно существуют и силы отталкивания и силы притяжения, то должен существовать и баланс между ними. При балансе сил расстояние между вихрями уже не может измениться, теперь конфигурации действительно статичны.



**Рисунок 5-6. Конфигурации с центральным вихрем малой интенсивности**

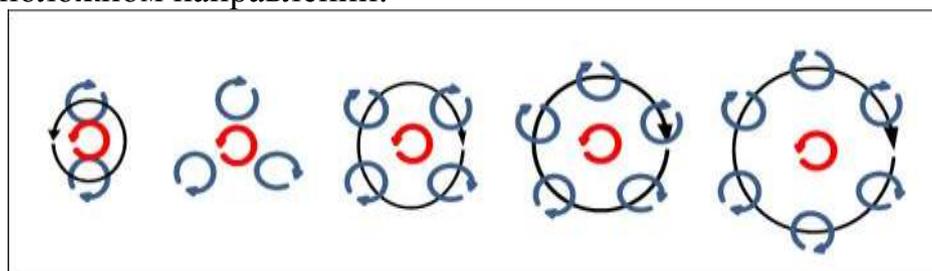
Так как центральный вихрь противоположной полярности, то он будет тормозить скорость вращения вихревого многоугольника вокруг центра симметрии. Если центральный вихрь малой интенсивности, то все многоугольные конфигурации по-прежнему будут вращаться в том же

самом направлении. В работе Арефа, Мелешко и др. предложен новый метод построения симметричных и несимметричных конфигураций точечных вихрей с одинаковой интенсивностью, основанный на численном решении системы нелинейных алгебраических уравнений. Было показано, что все несимметричные вихревые конфигурации являются неустойчивыми к начальным возмущениям. А для симметричных вихревых конфигураций было показано, что система  $N$  одинаковых точечных вихрей, расположенных в вершинах правильного многоугольника, вращается с постоянной угловой скоростью при произвольном значении интенсивности точечного вихря, расположенного в центре многоугольника. Единственным исключением является случай, когда отношение интенсивности центрального вихря к интенсивности вихрей в многоугольнике  $b=(N-1)/2$ , при котором система покоится. Такие конфигурации уже являются статичными в полном смысле этого слова. Нет вращения вокруг центра симметрии, нет никаких изменений расстояний между вихрями.



**Рисунок 5-7. Статические конфигурации без вращения вокруг центра симметрии**

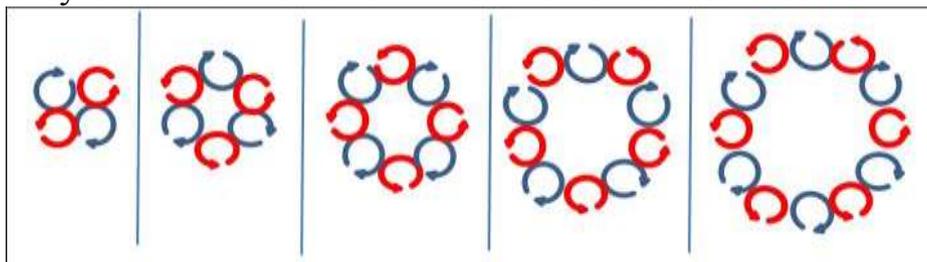
Если же интенсивность центрального вихря равна интенсивности вихрей в многоугольнике ( $b=1$ ), то при  $N>3$  вихревые многоугольники вращаются в прежнем направлении, при  $N=3$  многоугольник покоится, а при  $N=2$  конфигурация вихрей в виде пропеллера начинает вращаться в противоположном направлении.



**Рисунок 5-8. Конфигурации с центральным вихрем равной интенсивности ( $b=1$ )**

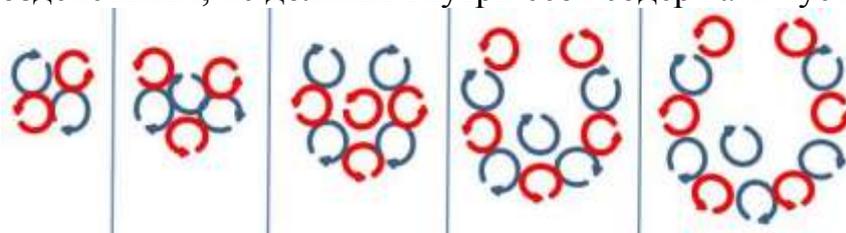
Конфигурация в виде пропеллера ( $N=2$ ) единственная, в которой внешние однополярные вихри не отталкиваются друг от друга. Здесь силы отталкивания однополярных вихрей полностью экранируются центральным вихрем, благодаря чему в данной конфигурации расстояние между вихрями является минимальным. Баланс устанавливается только между силами притяжения разнополярных вихрей и силами упругого отталкивания. Тесное соприкосновение вихрей в пропеллере наводит на мысль, что могут существовать правильные вихревые многоугольники с

тесным расположением вихрей и чередующейся полярностью. Тогда в таких многоугольниках может быть только чётное количество вихрей.



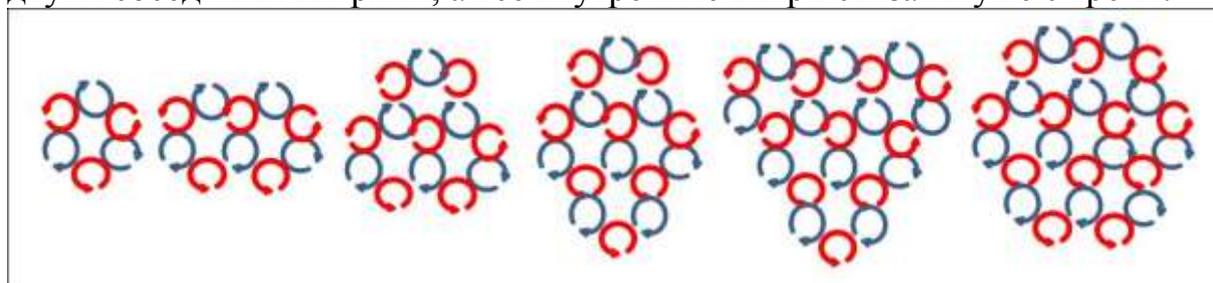
**Рисунок 5-9. Правильные вихревые многоугольники с чередующейся полярностью**

Это ещё один пример статичных вихревых конфигураций в полном смысле этого слова. Нет вращения вокруг центра симметрии, нет никаких изменений расстояний между вихрями. Мало того, это самые крепкие конфигурации, по сравнению с ранее рассмотренными, так как каждый вихрь здесь притягивается одновременно к двум соседним вихрям. Конфигурации устойчивы к любым малым возмущениям. Попробуем определить устойчивость к большим возмущениям. Если по одному из вихрей каждой конфигурации осуществить внешнее импульсное воздействие, способное разорвать связь с двумя соседними вихрями, то останется в целости лишь первая конфигурация. Здесь от внешнего толчка относительное взаиморасположение вихрей не изменится, лишь начнет двигаться вся конфигурация в целом. В остальных конфигурациях внешнее воздействие вгонит вихрь во внутреннюю пустоту. Таким образом, можно сделать вывод, что статичные конфигурации, устойчивые к сильным внешним воздействиям, не должны внутри себя содержать пустоты.



**Рисунок 5-10. Результат сильного внешнего удара по одному из вихрей**

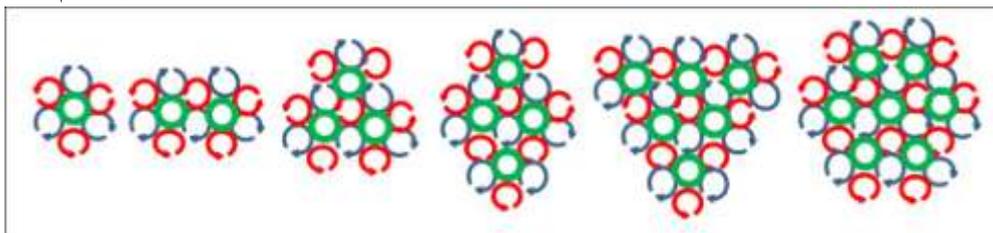
Можно построить другой ряд конфигураций, где внешние вихри связаны с двумя соседними вихрями, а все внутренние вихри связаны уже с тремя.



**Рисунок 5-11. Ряд конфигураций с тройными связями внутренних вихрей**

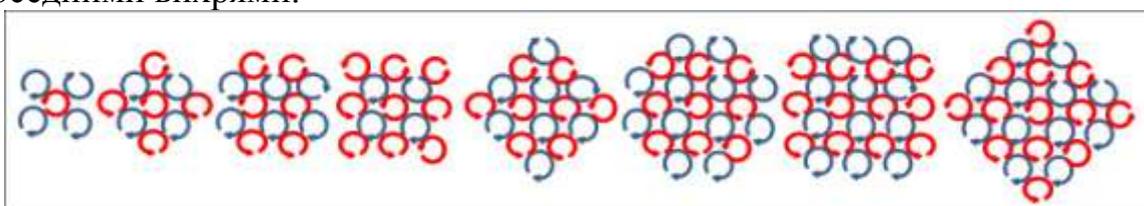
Конфигурации этого ряда имеют пустоты одного размера, способные разместить внутри себя один вихрь. Полярность вставленного вихря может быть любой, так как на него будут воздействовать одинаковое количество

вихрей разной полярности. Поэтому обозначим такие вихри нейтральным зелёным цветом.



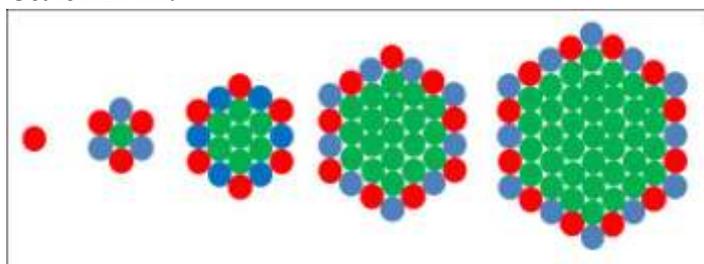
**Рисунок 5-12. Ряд с тройными связями и заполненными пустотами**

Перед нами открывается новый класс статических вихревых комбинаций максимальной плотности. В особый подкласс можно выделить комбинации, в которых внешние вихри связаны с двумя или тремя соседними вихрями, а каждый внутренний вихрь связан с четырьмя соседними вихрями.



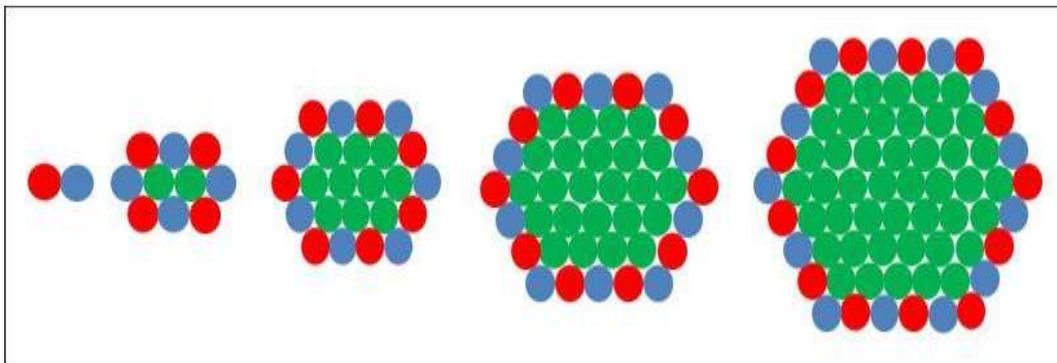
**Рисунок 5-13. Ряд максимальной плотности с четырьмя связями внутри**

Ещё один подкласс многогранных комбинаций максимальной плотности состоит из нескольких рядов. Ядром каждого последующего члена ряда является предыдущая конфигурация. Это ядро обволакивает новая оболочка из чётного количества вихрей с чередующейся полярностью, тесно прижатых друг к другу. Начальным ядром в первом ряду является один вихрь. Первая оболочка состоит из 6 вихрей, а каждая последующая больше на 6 вихрей. Так как в каждой оболочке полярность вихрей чередуется, то суммарный момент вращения оболочки нулевой. Момент вращения всей конфигурации равен моменту вращения центрального вихря. Для удобства в дальнейшем на иллюстрирующих рисунках вихри противоположной полярности будут отличаться цветом (красные или синие). Чтобы выделить последнюю оболочку, все вихри внутренних оболочек будут зелёными.



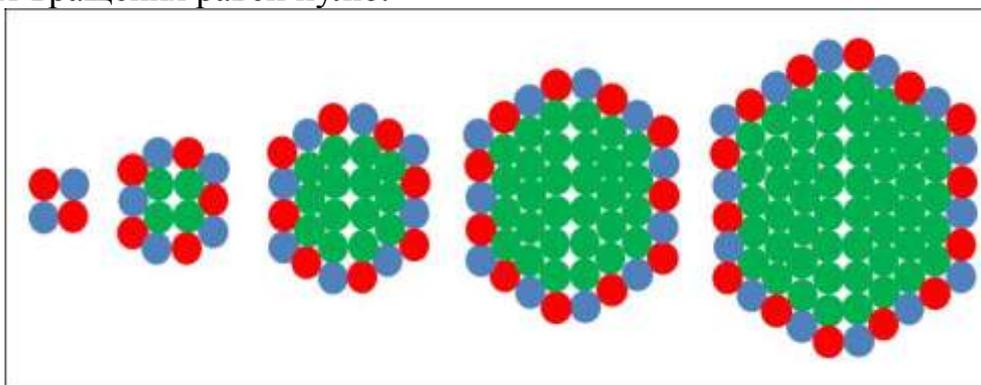
**Рисунок 5-14. Ряд сверхплотных конфигураций с начальным ядром из одного вихря**

Начальным ядром во втором ряду является пара вихрей. Первая оболочка состоит из 8 вихрей, а каждая последующая больше на 6 вихрей. Момент вращения равен нулю.



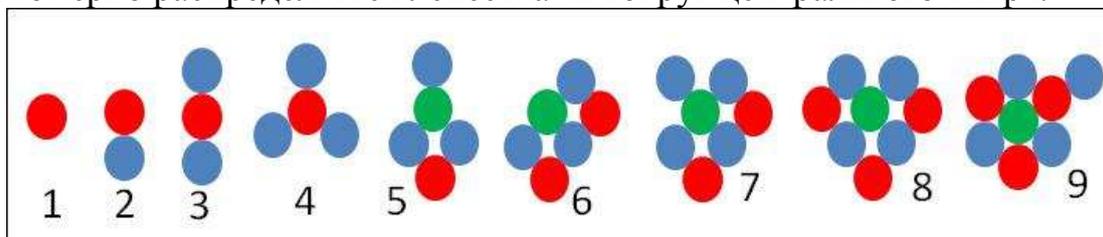
**Рисунок 5-15. Ряд сверхплотных конфигураций с начальным ядром из двух вихрей**

Начальным ядром в третьем ряду является четвёрка вихрей. Первая оболочка состоит из 10 вихрей, а каждая последующая больше на 6 вихрей. Момент вращения равен нулю.



**Рисунок 5-16. Ряд сверхплотных конфигураций с начальным ядром из четвёрки вихрей**

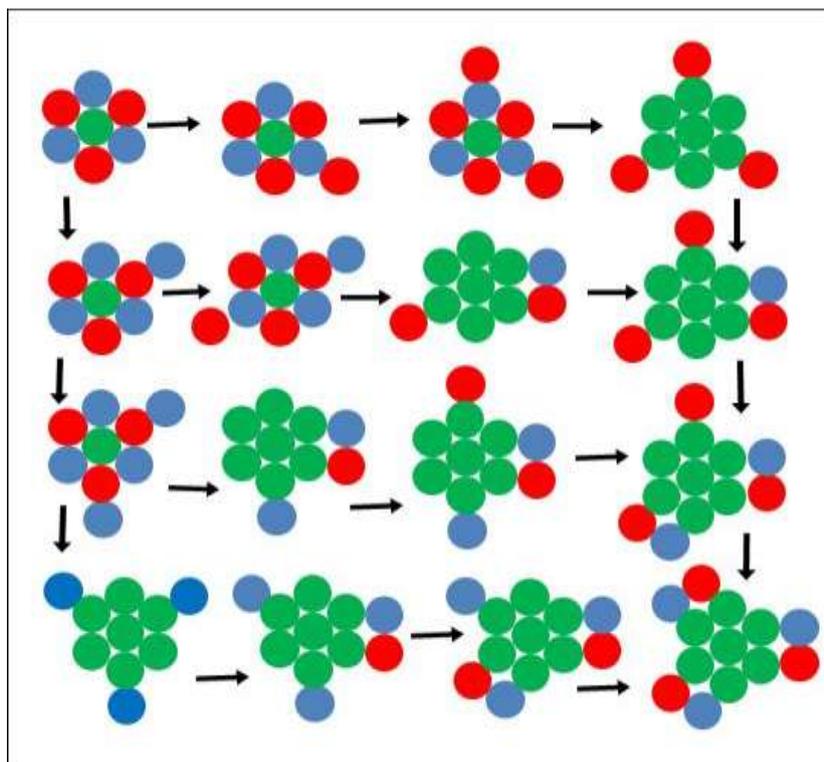
Любая конфигурация может возникнуть только двумя способами: либо в процессе постепенного роста либо в процессе распада на части более крупной конфигурации. Попробуем симитировать процесс роста первого слоя в конфигурациях первого ряда. Представим, что всё пространство заполнено беспорядочно двигающимися параллельными линейными вихрями. Мысленно зафиксируем в пространстве какой-нибудь вихрь красной полярности. Тогда к нему смогут прилипнуть только медленно двигающиеся вихри синей полярности (2,3,4 на рисунке ниже). Прилипшие синие вихри начнут отталкиваться друг от друга и, поэтому, будут равномерно распределяться лепестками вокруг центрального вихря.



**Рисунок 5-17. Примерная последовательность заполнения первой оболочки первого ряда**

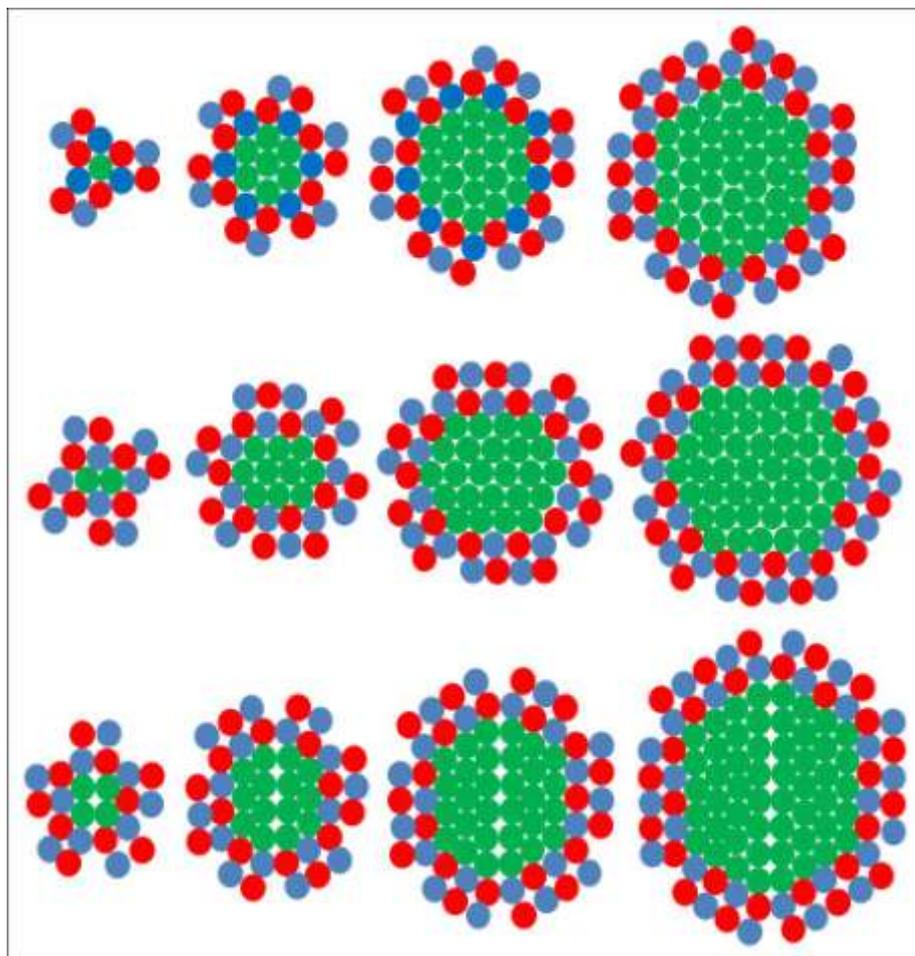
Три синих лепестка будут жадно вытягивать из окружающего пространства красные вихри (4). Прилипание к одному лепестку является неустойчивым состоянием, поэтому красные вихри будут притягиваться

одновременно к двум синим лепесткам. Но центральный вихрь такой же полярности отталкивает от себя каждый новый красный вихрь. Поэтому два красных вихря располагаются на некотором расстоянии от центрального вихря, оттягивая к себе пару соседних синих вихрей(5,6). Такое оттягивание освобождает пространство для присоединения к центральному вихрю ещё одного синего лепестка (7). На этой стадии появляются две вакансии для присоединения новых красных вихрей. Но, после присоединения одного красного вихря (8), вокруг центрального вихря скапливается слой чередующихся вихрей с избыточным количеством вихрей. В условиях хаотических столкновений внешние толчки плотно прижмут этот слой к центральному вихрю. В результате два синих вихря окажутся в непосредственной близости. Взаимное отталкивание приведёт к тому, что один из них вытолкнется подальше от центрального вихря, а оставшиеся 6 вихрей сомкнутся вокруг центра (9), образуя первую оболочку. Несколько вариантов заполнения половины второй оболочки показаны на рисунке ниже. Все варианты сходятся в одну конфигурацию – к каждому из шести вихрей первого ряда прилипает вихрь противоположной полярности, а каждая пара новых вихрей тоже слипается.



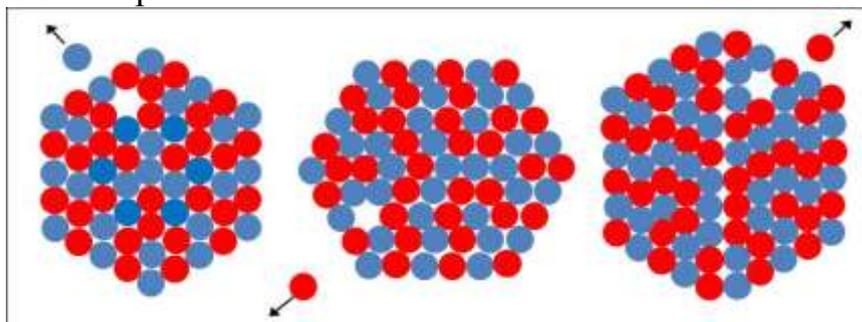
**Рисунок 5-18. Варианты заполнения второй оболочки первого ряда**

Это представитель нового подкласса статических вихревых комбинаций максимальной плотности – конфигураций типа «звезда». Начальные конфигурации трёх рядов этого подкласса показаны на рисунке ниже.



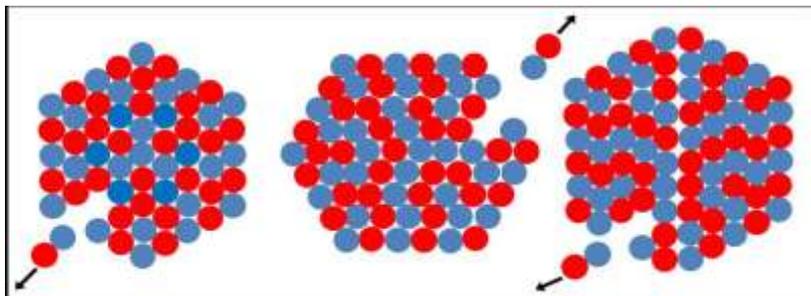
**Рисунок 5-19. Три ряда конфигураций типа «звезда»**

Вихри в ядре крепко связаны в окружном направлении в слоях - в каждом слое каждый вихрь притягивается к двум соседним. Совсем другая ситуация в направлении от центра к периферии. Здесь о чередовании полярности не может быть и речи. Слои слабо связаны и могут смещаться друг относительно друга. Но как не крути слои относительно друг друга, всегда найдётся направление, в котором выстраиваются подряд несколько вихрей одной полярности.



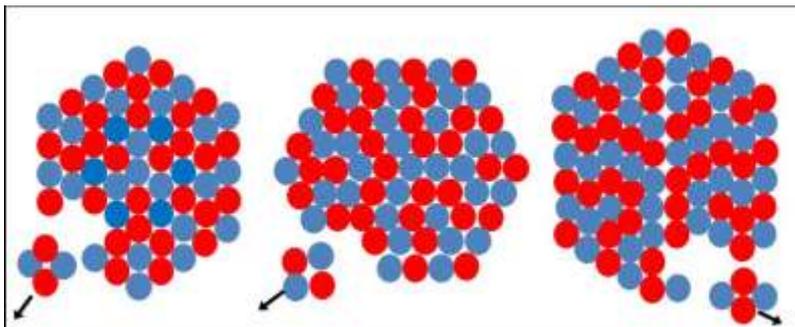
**Рисунок 5-20. Спонтанное испускание большими ядрами одного вихря**

Чем больше ядро, тем большее количество однополярных вихрей могут случайно выстроиться подряд, тем труднее оболочке удерживать ядро из-за растущих сил расталкивания. Поэтому в таких ядрах должно возникать явление самопроизвольной радиоактивности.



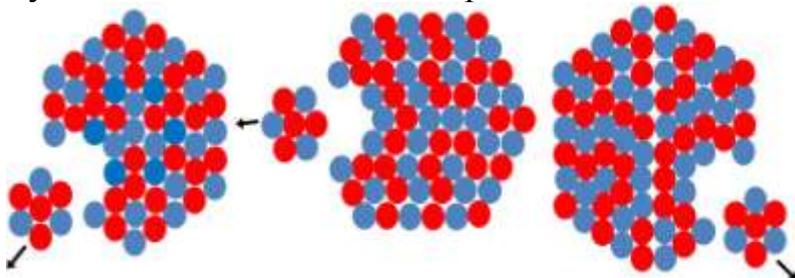
**Рисунок 5-21. Спонтанное испускание большими ядрами вихревой пары**

Случайно выстроившиеся подряд несколько вихрей одной полярности, отталкиваясь друг от друга, выталкивают из ядра один или несколько вихрей сразу.



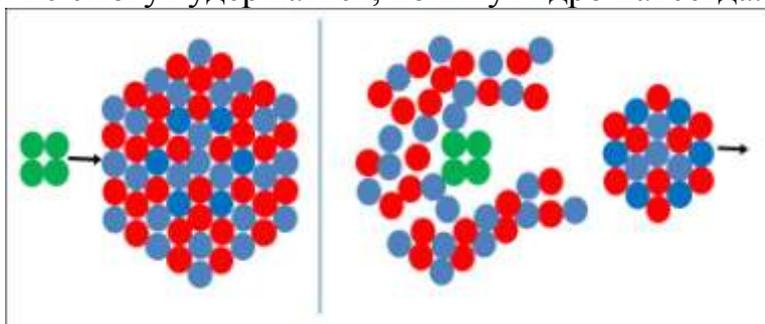
**Рисунок 5-22. Спонтанное испускание большими ядрами четвёрки вихрей**

Возможно испускание даже целых кластеров из множества вихрей.



**Рисунок 5-23. Спонтанное испускание большими ядрами кластера из шести вихрей**

Самые большие кластеры из центральной области больших ядер могут вылететь после столкновения с другими ядрами. Остатки ядра будут группироваться в новую конфигурацию. Мелкие осколки, которые в новой конфигурации не смогут удержаться, покинут ядро навсегда.



**Рисунок 5-24. Вынужденное испускание большими ядрами крупного кластера**

## 6. Параметры простых вихревых колец

Одним из первых параметры вихревых колец при сильном проходящем свете изучал Роджерс. В этом случае на тёмном фоне видно, что вращение кольца как в зарождающемся состоянии с присоединенным позади кольца шлейфом, так и в уже сформированном и отделенном, всегда имеет одно направление: внутренние завитки движутся вперед (в направлении движения), а наружные - в противоположном направлении. Также видно, что кольцо состоит из витков облачного воздуха, между которыми свернута аналогичная спираль прозрачной атмосферы. На самой ранней стадии движения удаётся отметить начало такой двухслойной спирали, наблюдая, как каждый вытягиваемый из основной массы завиток захватывает порцию чистого воздуха и заключает его между своими изгибами.



**Рисунок 6-1. Фото вихревого кольца в проходящем свете**

Вильям Томсон Кельвин писал, что наблюдатель, стоящий в стороне от линии движения кольца, в тот момент, когда плоскость кольца проходит через положение глаза, видит выпуклое очертание атмосферы дыма впереди кольца. Это выпуклое очертание указывает выступающую поверхность между количеством дыма, увлекаемым вперед, с кольцом в его движении и окружающим воздухом, пропускающим его. Не так легко различить соответственное выпуклое очертание позади кольца, так как неопределенный след дыма обыкновенно остается позади. Так же он наблюдал ещё одно интересное явление в лаборатории профессора Тэта: “Два кольца дыма несколько раз отскакивали косвенно друг от друга, сильно потрясаемые действием толчка. Результат был весьма подобен взаимодействию двух больших резиновых колец, ударяющихся друг о друга в воздухе. Упругость каждого кольца дыма, казалось, недалеко от того совершенства, какого можно ожидать в твердом резиновом кольце такой же формы, и из которого мы заключаем о вязкости резины”.

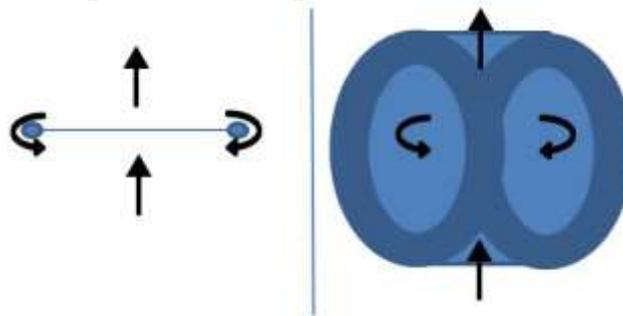
По упрощённому представлению, вихревое кольцо – это линейный вихрь, свёрнутый в кольцо, внутри которого образуется отверстие - новый так называемый “глаз тайфуна”. Согласно такому представлению,

вихревое кольцо имеет три параметра: диаметр кольца, диаметр тела кольца и диаметр внутреннего отверстия.



**Рисунок 6-2. Вид из космоса урагана с отверстием в центре**

Существует два теоретических крайних состояний вихревого кольца. Первое крайнее состояние – круговая нить с бесконечно малым диаметром тела кольца. Второе крайнее состояние – сферический вихрь с бесконечно малым диаметром внутреннего отверстия.



**Рисунок 6-3. Слева – круговая вихревая нить, справа – сферический вихрь**

Гельмгольц математически исследовал идеальные круговые вихревые нити с бесконечно малым поперечным сечением (далее вихревые кольца) и пришёл к таким следствиям:

- 1) Если существует только одно вихревое кольцо, то радиус его остаётся неизменным.
- 2) В вихревом кольце центр тяжести поперечного сечения самопроизвольно движется параллельно оси вихревого кольца с приблизительно постоянной скоростью, направленной в ту же сторону, в какую жидкость течет сквозь кольцо.
  - а) Вихревое кольцо с конечным радиусом получило бы бесконечно большую скорость передвижения.
  - б) Вихревое кольцо с бесконечным радиусом превращается в прямолинейную вихревую нить с нулевой скоростью передвижения.
  - с) Вихревое кольцо с меньшим радиусом имеет более большую скорость передвижения.

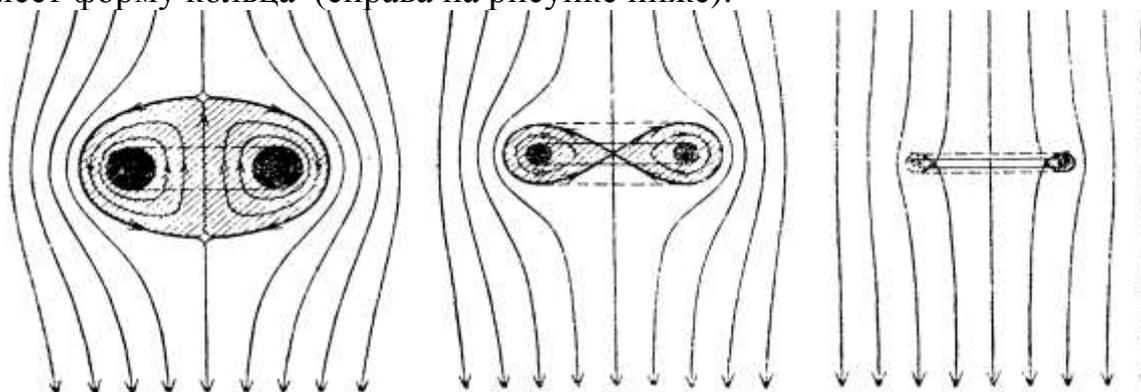
Гельмгольц открыл, что вихревое кольцо всегда движется относительно отдаленных частей жидкости в направлении, перпендикулярном к его плоскости, в сторону, в которую вращательное движение влечет

внутренние части кольца. Исследование Гельмгольца доказывает, что угловая скорость ядра вихря изменяется прямо пропорционально его длине и обратно пропорционально его плоскости сечения. Поэтому, чем больше диаметр кольца для того же объема и силы вихревых движений в обыкновенном кольце Гельмгольца, тем больше вся кинетическая энергия жидкости, и тем больше момент. Размеры кольца Гельмгольца определены, когда даны объем и сила вихревого движения или кинетическая энергия, или момент движения всей жидкости. Поэтому, если после некоторого числа столкновений или воздействий кольцо Гельмгольца удаляется на большое расстояние от других и становится свободным или почти свободным от колебаний, то его диаметр должен увеличиться или уменьшиться, смотря по тому, получило оно или отдало энергию другим. Роберт Вуд о вихревых кольцах: “Аудитория может получить представление о "твердости" вращающегося воздушного вихря, если последовательно выпускать невидимые кольца в зал. Удар кольца в лицо человека ощущается как мягкий толчок пуховой подушкой”.

Титъенс писал, что поступательная скорость тем больше, чем меньше диаметр вихревого ядра. Если диаметр кольца обозначить через  $D$ , диаметр ядра - через  $d$ , а циркуляцию через  $\Gamma$  то вычисление даёт для поступательной скорости величину

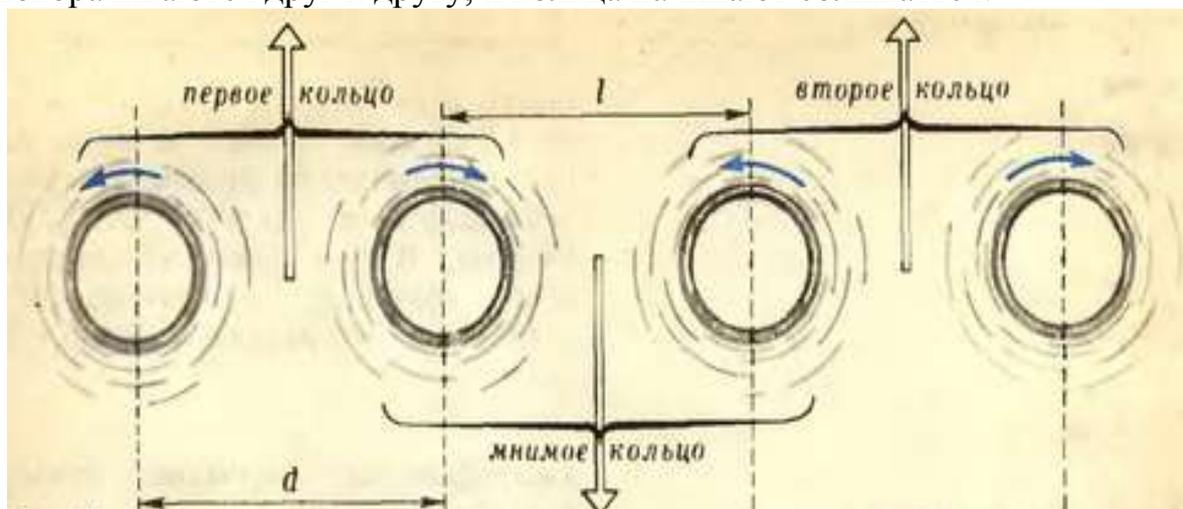
$$\frac{\Gamma}{\pi D} \left( \ln \frac{8D}{d} - \frac{1}{4} \right)$$

Чтобы получить установившееся течение, следует сложить течение, обусловленное вихревым кольцом, с параллельным течением, обладающим скоростью, равной поступательной скорости вихревого кольца с противоположным направлением. Исследование показывает, что вихревое кольцо со сравнительно толстым ядром увлекает за собой массу жидкости выпуклой формы (заштрихованная область слева на рисунке ниже). В случае более тонкого ядра форма увлекаемой массы становится вогнутой по оси кольца (заштрихованная область в центре на рисунке ниже). Для вихревого кольца с очень тонким ядром увлекаемая масса жидкости сама имеет форму кольца (справа на рисунке ниже).



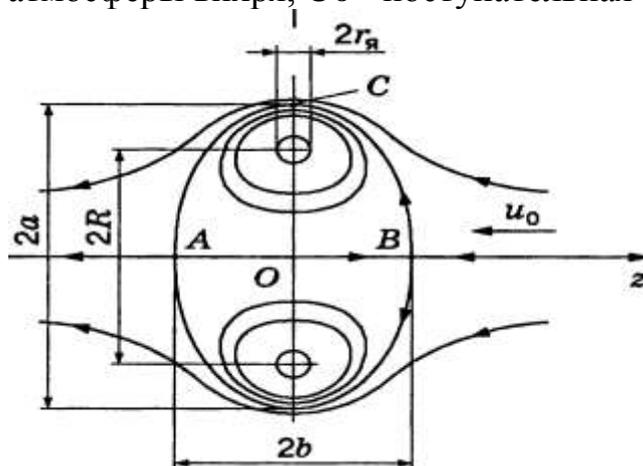
**Рисунок 6-4. Объём увлекаемой среды в зависимости от диаметра ядра вихревого кольца**

Шабанов и Шубин исследовали взаимодействие дымовых колец в воздухе мы с помощью аппарата Гэта с двумя отверстиями. Было обнаружено, что, если расстояние  $l$  между отверстиями больше четырёх диаметров  $d$  каждого отверстия ( $l > 4d$ ), кольца не взаимодействуют друг с другом, а если  $1,5 d < l < 4 d$ , кольца сближаются. Сближение можно объяснить тем, что в пространстве между кольцами образуется нечто подобное «мнимому» кольцу (рисунок ниже), которое движется в противоположную сторону. В результате плоскости настоящих колец поворачиваются друг к другу, и кольца начинают сближаться.



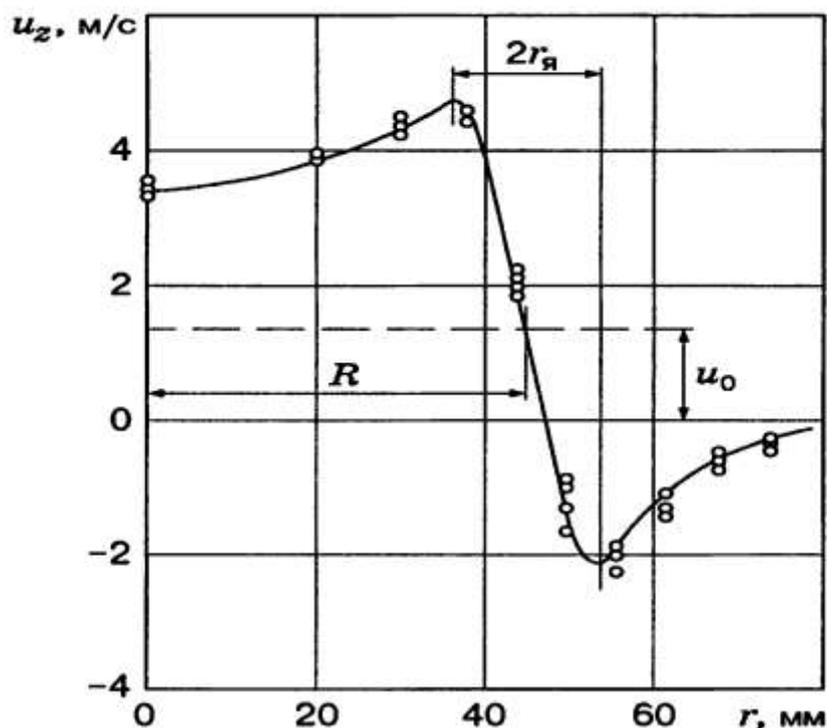
**Рисунок 6-5. Боковое взаимодействие воздушных вихрей**

Ахметов пишет, что параметры вихревого кольца исследовались на специальной установке. Вихревое кольцо можно представить как замкнутый объем завихренной жидкости, имеющий форму, близкую к сплюснутому эллипсоиду вращения, который движется с поступательной скоростью вдоль его малой оси. Этот замкнутый объем вихревого кольца называют атмосферой вихря. Картина движения окружающей атмосферу вихря среды аналогична картине безотрывного потенциального обтекания соответствующего твердого тела (рисунок ниже).  $R$  — радиус кольцевого вихря (или радиус круговой оси ядра вихря),  $r_a$  — радиус ядра,  $a$ ,  $b$  — длины полуосей атмосферы вихря,  $U_0$  — поступательная скорость вихря.



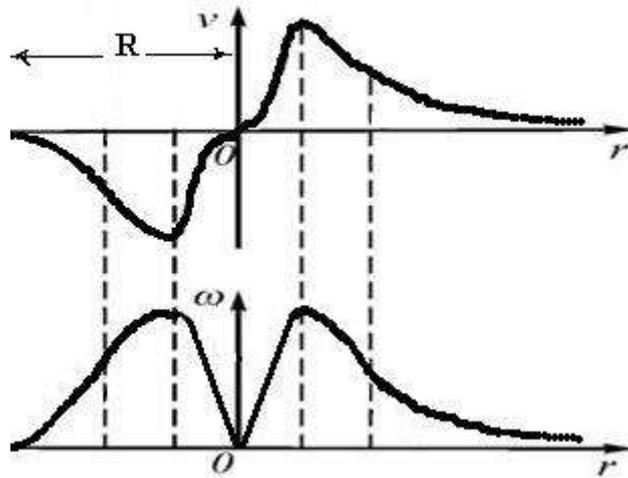
**Рисунок 6-6. Линии тока среды вокруг вихря**

Внутри атмосферы вихря жидкость циркулирует по замкнутым линиям тока, охватывающим тороидальное ядро вихря. Распределение завихренности в меридиональном сечении вихревого кольца имеет вид колоколообразной кривой с максимумом в центре ядра, причем, внутри ядра, занимающего в большинстве случаев лишь 3-5 % площади сечения вихря, сконцентрировано до половины полного потока завихренности (циркуляции скорости). Параметры вихревого кольца определялись по полю скорости, измеренному с помощью двух миниатюрных термоанемометрических датчиков. Датчики устанавливались на фиксированном расстоянии  $z = 12R_0$  от среза сопла. Это расстояние выбрано так, чтобы процесс образования вихревого кольца во всех опытах был завершен к моменту прихода вихря к датчикам.



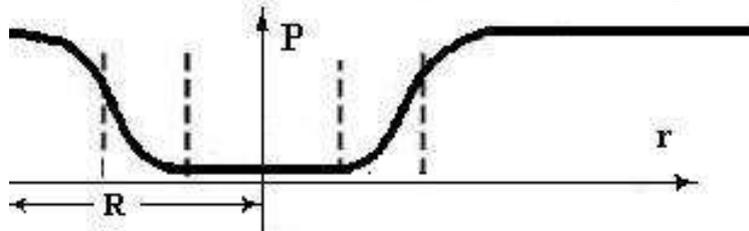
**Рисунок 6-7. График осевой компоненты скорости вихревого течения**

По расчётам Кастерина, у самых стабильных линейных вихрей в атмосфере окружная скорость стенок вихря должна быть равна скорости звука, а диаметр стенок равен 10 метрам. Тогда у линейного атмосферного вихря, свёрнутого в кольцо, внешний диаметр должен быть не меньше 17 метров. Такие атмосферные вихревые кольца можно назвать калиброванными. Так же, как в линейном вихре, из-за вязкого трения точно в центре на круговой оси ядра вихря и окружная, и угловая скорости должны быть равны нулю. В направлении к периферии и окружная, и угловая скорости стремятся к нулю в бесконечности. Однако, в отличие от линейного вихря, у вихревого кольца с одной (внутренней) стороны ядра нет бесконечности, есть конечное расстояние  $R$  от круговой оси ядра до центра симметрии вихревого кольца.



**Рисунок 6-8. Окружная и угловая скорости вокруг круговой оси вихревого кольца**

По закону Бернулли, минимальное давление там, где максимальная скорость потока, а максимальное давление там, где скорость потока равна нулю. Соответственно, получается, что максимальное давление на бесконечном удалении от вихря, минимальное давление в стенках вихря. В центре на круговой оси вихря любое лишнее давление должно утилизироваться потоком к стенкам вихря, давление выравнивается.



**Рисунок 6-9. Распределение давления вокруг круговой оси вихревого кольца**

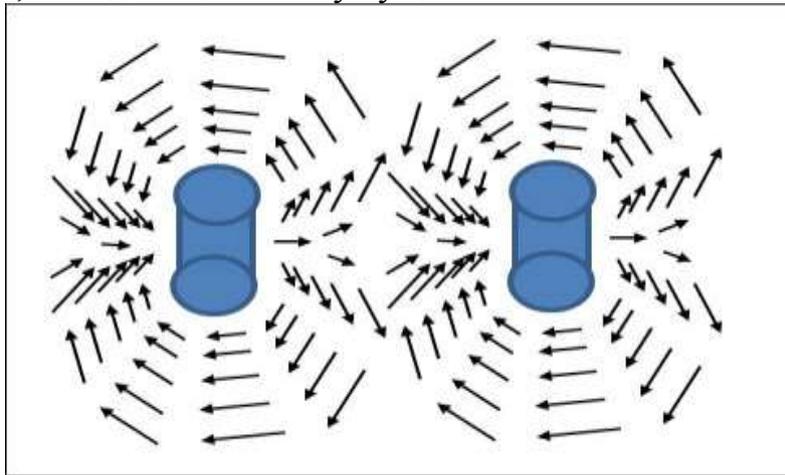
Поток внешней среды внутрь стенок может поступать только снаружи ядра, а не с торцов, как в линейном вихре. Каким образом можно подпитывать энергией уже сформированное вихревое кольцо? Очевидно, что новые витки можно добавить тем же способом, каким формируют в лабораториях новые вихревые кольца. А это очень проблематично сделать с постоянно движущимся кольцом.

## 7. Взаимодействие двух простых вихревых колец

Основные правила взаимодействия вихревых колец сформулировал ещё Гельмгольц. К этим правилам мною добавлены пояснения и иллюстрации. Кроме того, чтобы картина поведения вихревых колец была более полной, мною добавлены дополнительные правила взаимодействия.

**Правило 1.** Два вихревых кольца, имеющие одну и ту же ось, будут влиять друг на друга, так как каждое, кроме собственного передвижения, следует еще движению жидких частиц, вызываемым другим вихревым кольцом.

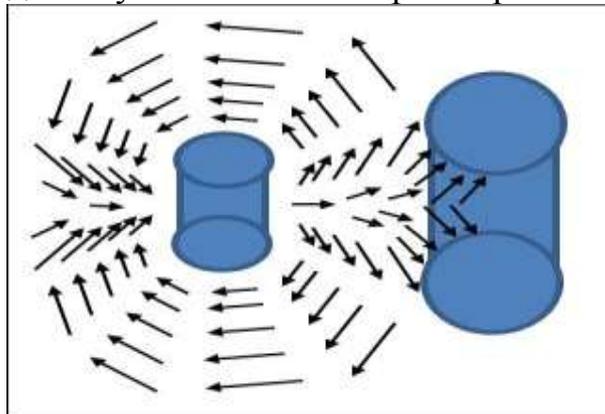
**Пояснение.** Каждый вихревой объект создает вокруг себя вихревое поле, намного большее собственных размеров объекта, которое воздействует на любой объект, попадающий в зону существования поля.



**Рисунок 7-1. Вихревые поля, распространяемые вихревыми кольцами, взаимопроникают**

**Правило 2.** Вихревое кольцо в процессе собственного движения расширяет радиус находящегося впереди другого вихревого кольца и замедляет, соответственно, его скорость передвижения.

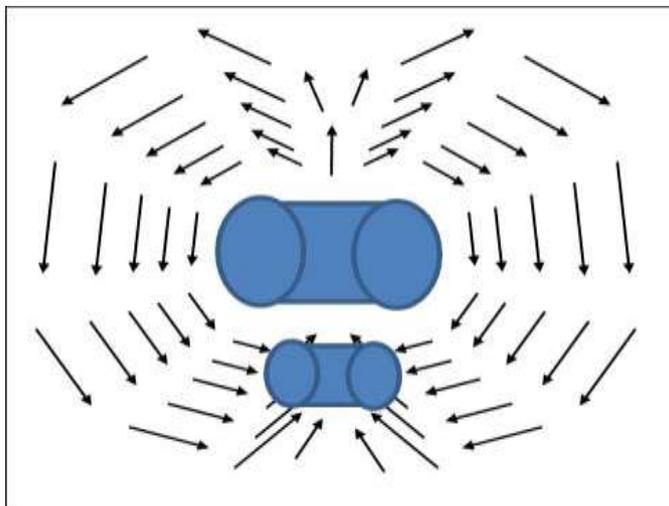
**Пояснение.** Если одно вихревое кольцо движется в направлении другого кольца вдоль одной и той же оси, то, благодаря особенностям своей конфигурации, вихревое поле этого кольца изнутри внутреннего отверстия другого кольца воздействует на его тело и расширяет его.



**Рисунок 7-2. Вихревое поле левого кольца расширяет правое кольцо**

**Правило 3.** Вихревое кольцо в процессе собственного движения суживает радиус находящегося позади другого вихревого кольца и ускоряет, соответственно, его скорость передвижения.

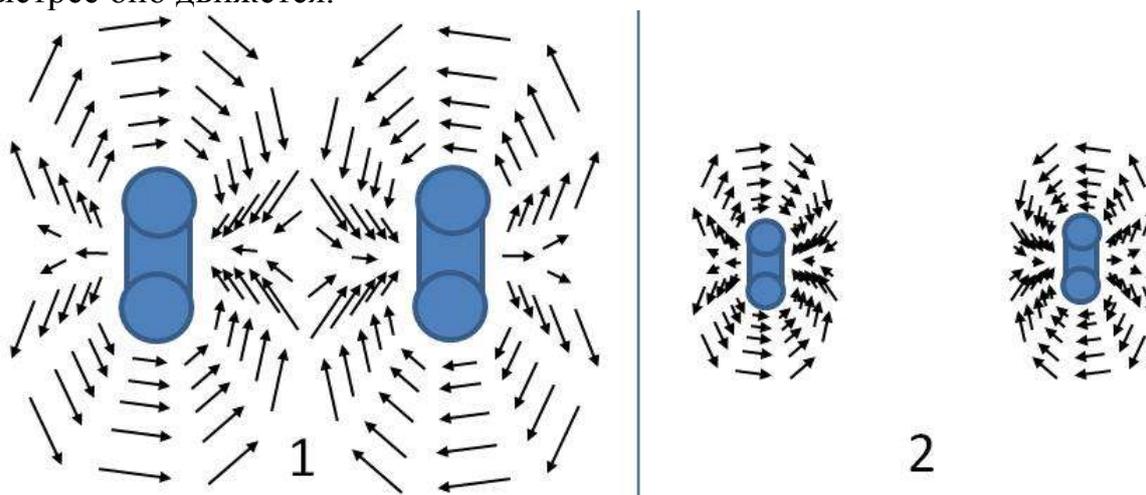
**Пояснение.** Если одно вихревое кольцо удаляется от другого кольца вдоль одной и той же оси, то, благодаря особенностям своей конфигурации, вихревое поле этого кольца воздействует снаружи на тело другого кольца и суживает его.



**Рисунок 7-3. Вихревое поле верхнего кольца суживает нижнее кольцо**

**Правило 4.** Если вихревые кольца в процессе собственного движения удаляются друг от друга, то под взаимным влиянием взаимное удаление их будет происходить всё быстрее, взаимное сужение же, напротив, будет происходить с уменьшающейся скоростью.

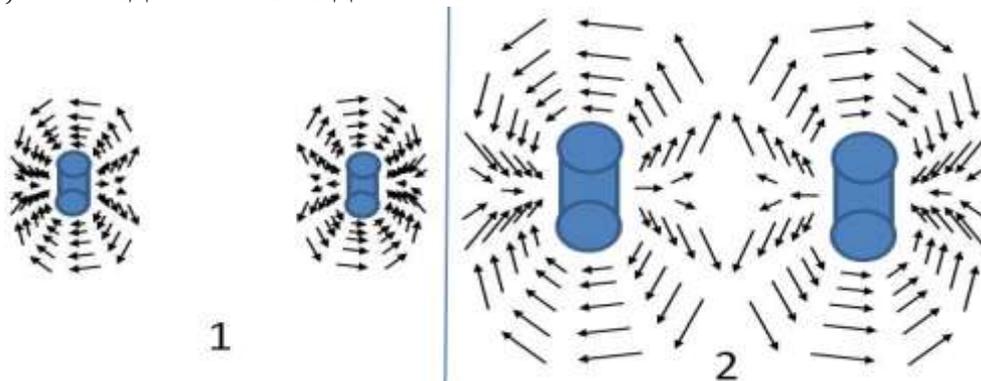
**Пояснение.** Если два вихревых кольца движутся вдоль одной и той же оси в противоположные стороны друг от друга, то, благодаря особенностям своей конфигурации, вихревое поле каждого кольца снаружи воздействует на тело другого кольца и сужает его. А чем меньше вихревое кольцо, тем быстрее оно движется.



**Рисунок 7-4. Вихревые поля удаляющихся колец, суживают друг друга**

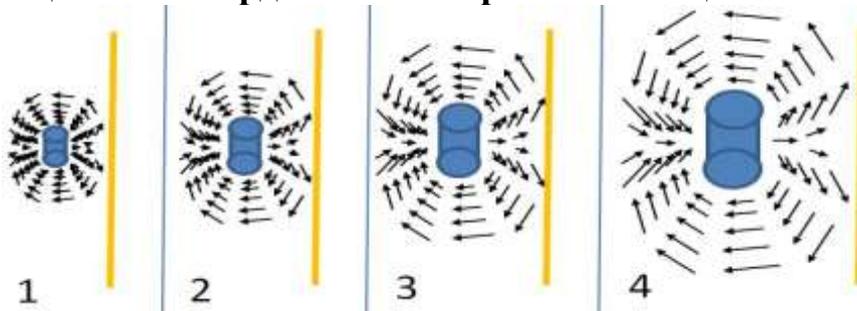
**Правило 5.** Если вихревые кольца имеют равные радиусы и движутся навстречу друг к другу, то под взаимным влиянием взаимное сближение их будет происходить всё медленнее, расширение же, напротив, будет происходить с возрастающей скоростью.

**Пояснение.** Если два вихревых кольца движутся вдоль одной и той же оси навстречу друг другу, то, благодаря особенностям своей конфигурации, вихревое поле каждого кольца изнутри внутреннего отверстия другого кольца воздействует на его тело и расширяет его. А чем больше вихревое кольцо, тем медленнее оно движется.



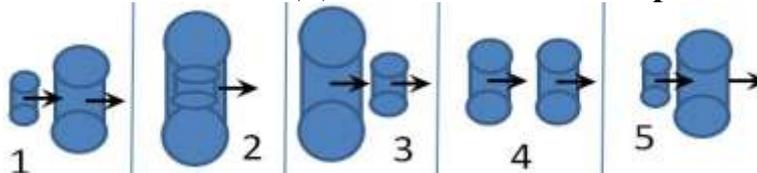
**Рисунок 7-5. Вихревые поля колец, движущихся навстречу, расширяют друг друга**

**Правило 5а.** Если оба кольца симметричны, то для частиц, лежащих в срединной плоскости, параллельная оси скорость равна нулю. Поэтому, не возмущая движения, мы можем вообразить здесь твёрдую стенку, и тогда получаем случай одного вихревого кольца, направляющегося к твёрдой стенке и расплывающегося по стенке.



**Рисунок 7-6. Вихревое кольцо расплывается при столкновении с твёрдой стенкой**

**Правило 6.** Если два вихревых кольца движутся в одном направлении вдоль одной оси, то переднее кольцо будет расширяться и замедлять своё движение, а заднее кольцо станет суживаться и передвигаться быстрее. Если разность скоростей мала, то второе кольцо догонит первое и пройдёт сквозь него. Далее явление повторяется.



**Рисунок 7-7. Чехарда колец при низкой скорости столкновения однонаправленных колец**

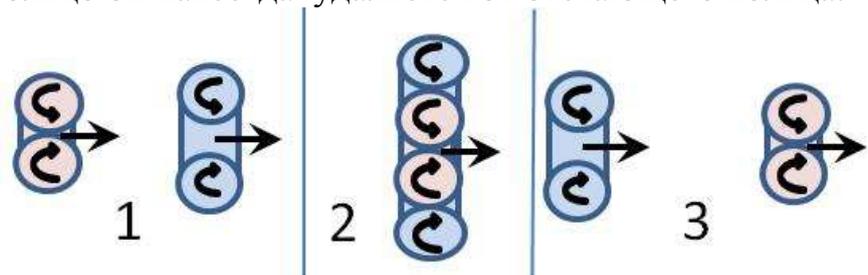
**Пояснение.** Данное явление легко наблюдается в любой лаборатории с воздушными и с водяными кольцами. Явление имеет особое широко распространённое название – чехарда колец.



**Рисунок 7-8. Три эпизода чехарды вихревых колец**

**Дополнение 1.** Если одно вихревое кольцо догоняет другое вихревое кольцо больших размеров и проникает сквозь него, то возможно последующее расхождение колец.

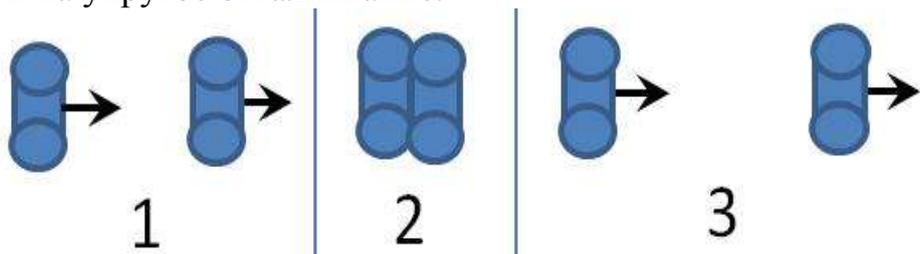
**Пояснение.** Если вихревое кольцо меньше, то его самоиндуцированная скорость больше. Поэтому после однократного прохождения через другое вихревое кольцо он навсегда удаляется от отстающего кольца.



**Рисунок 7-9. Расхождение после однократного прохождения одного кольца сквозь другое**

**Дополнение 2.** Если одно вихревое кольцо догоняет другое вихревое кольцо такой же интенсивности, а их относительная скорость намного меньше окружной скорости стенок обоих колец, то при их столкновении возможно упругое отталкивание.

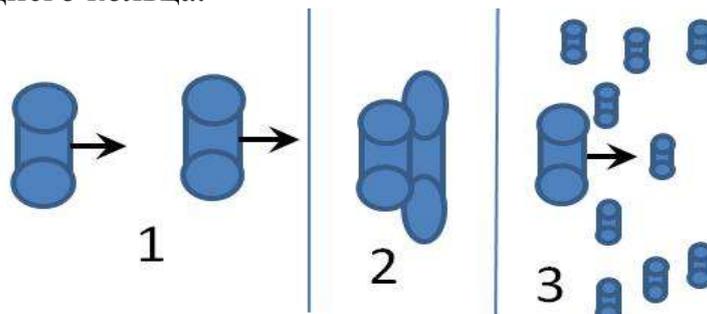
**Пояснение.** Если относительная скорость превышает некую критическую величину, но намного меньше окружной скорости обоих колец, то явление упругого отталкивания наступает прежде, чем успевают сформироваться процесс чехарды колец. Энергия столкновения уходит на увеличение размеров и на упругое отталкивание.



**Рисунок 7-10. Упругое столкновение однонаправленных колец**

**Дополнение 3.** Если два вихревых кольца движутся в одном направлении вдоль одной оси, а их относительная скорость намного меньше окружной скорости стенок заднего кольца, но соизмерима с окружной скоростью стенок переднего кольца, то при столкновении возможно деление переднего кольца на несколько вихревых колец.

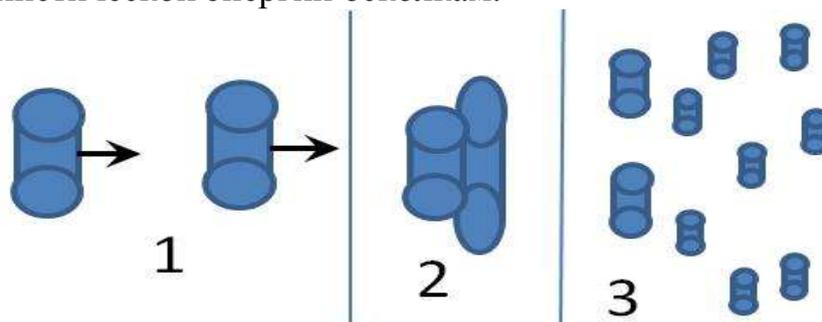
**Пояснение.** Если относительная скорость превышает некую критическую величину, то распад переднего кольца наступает прежде, чем успевает сформироваться процесс чехарды колец. Энергия столкновения уходит на увеличение размеров заднего кольца и на придание кинетической энергии осколкам переднего кольца.



**Рисунок 7-11. Деление переднего кольца при сонаправленном столкновении**

**Дополнение 4.** Если два кольца движутся в одном направлении вдоль одной оси, а их относительная скорость соизмерима с окружной скоростью стенок обоих колец, то при столкновении возможно деление обоих колец.

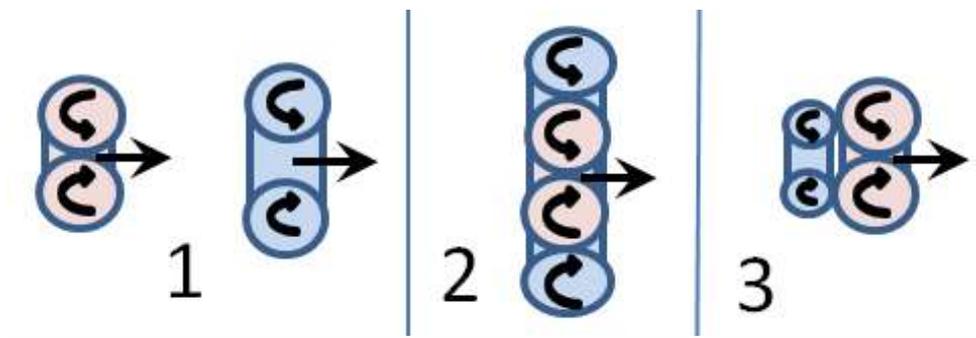
**Пояснение.** При данных параметрах неустойчивы к внешним воздействиям оба кольца. Если относительная скорость превышает некую критическую величину, то распад колец наступает прежде, чем успевает сформироваться процесс чехарды колец. Энергия столкновения уходит на придание кинетической энергии осколкам.



**Рисунок 7-12. Деление обоих колец при сонаправленном столкновении**

**Дополнение 5.** Если сферический вихрь догоняет вихревое кольцо и проникает сквозь него, то возможно последующее слипание колец.

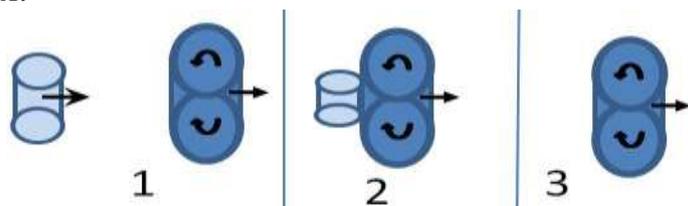
**Пояснение.** Диаметр внутреннего отверстия сферического вихря стремится к нулю, поэтому давление во внутреннем отверстии стремится к минимуму, а внешнее сдавливание стремится к максимуму. Обычное вихревое кольцо не в состоянии расширить сферический вихрь.



**Рисунок 7-13. Слипание после однократного прохождения одного кольца сквозь другое**

**Дополнение 6.** Если сферический вихрь сзади догоняет вихревое кольцо с меньшей интенсивностью, то при столкновении возможно полное уничтожение заднего кольца.

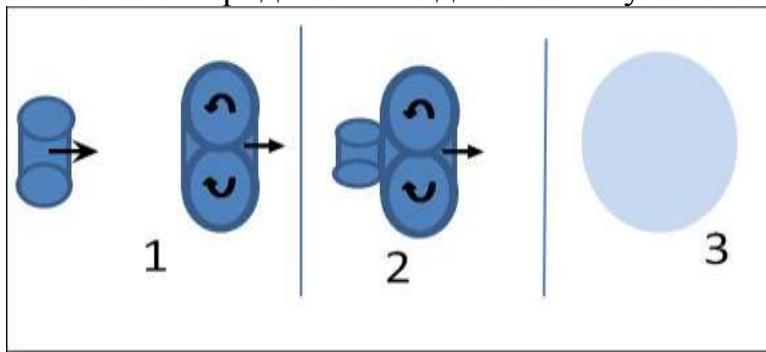
**Пояснение.** Заднее вихревое кольцо не в состоянии расширить сферический вихрь. Благодаря особенностям конфигурации вихревых полей кольца начинают уничтожать друг друга. Если интенсивность заднего вихревого кольца меньше, то процесс продолжается до полного его уничтожения.



**Рисунок 7-14. Уничтожение заднего вихря при столкновении однонаправленных колец**

**Дополнение 7.** Если сферический вихрь сзади догоняет вихревое кольцо с такой же интенсивностью, то при их столкновении возможно полное уничтожение обоих колец.

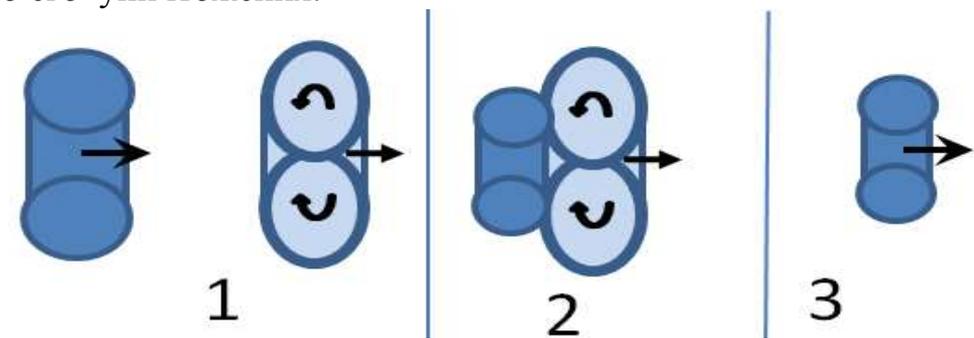
**Пояснение.** Ситуация аналогична предыдущему случаю. Заднее кольцо не может проникнуть сквозь сферический вихрь. Интенсивности равны, поэтому противостояние продолжается до полного уничтожения колец.



**Рисунок 7-15. Уничтожение обоих вихрей при столкновении однонаправленных колец**

**Дополнение 8.** Если сферический вихрь сзади догоняет вихревое кольцо с большей интенсивностью, то при столкновении возможно полное уничтожение переднего кольца.

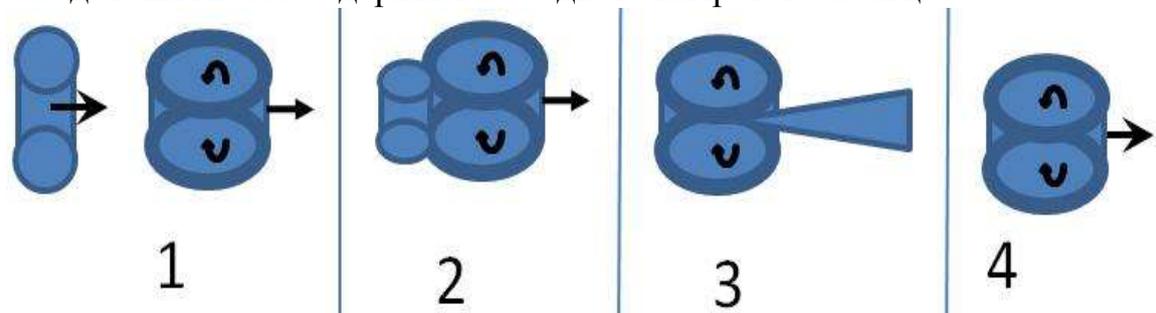
**Пояснение.** Ситуация аналогична двум предыдущим случаям. Заднее кольцо не может проникнуть сквозь сферический вихрь. Интенсивность переднего вихря меньше, поэтому противостояние продолжается до полного его уничтожения.



**Рисунок 7-16. Уничтожение переднего вихря при столкновении однонаправленных колец**

**Дополнение 9.** Если вытянутый сферический вихрь сзади догоняет вихревое кольцо, то при столкновении возможно выжимание содержимого заднего вихревого кольца в кумулятивную струю – джет.

**Пояснение.** У вытянутого сферического вихря внутреннее отверстие длиннее. Вероятно, при таких параметрах давление внутри этого отверстия самое низкое, а внешнее давление самое высокое. Поэтому заднее кольцо сжимается вихревым полем переднего кольца до самого предела - в тонкую струю. Энергия столкновения уходит на придание кинетической энергии выбрасываемой струе. Джет исчезает после расходования всего содержимого заднего вихревого кольца.

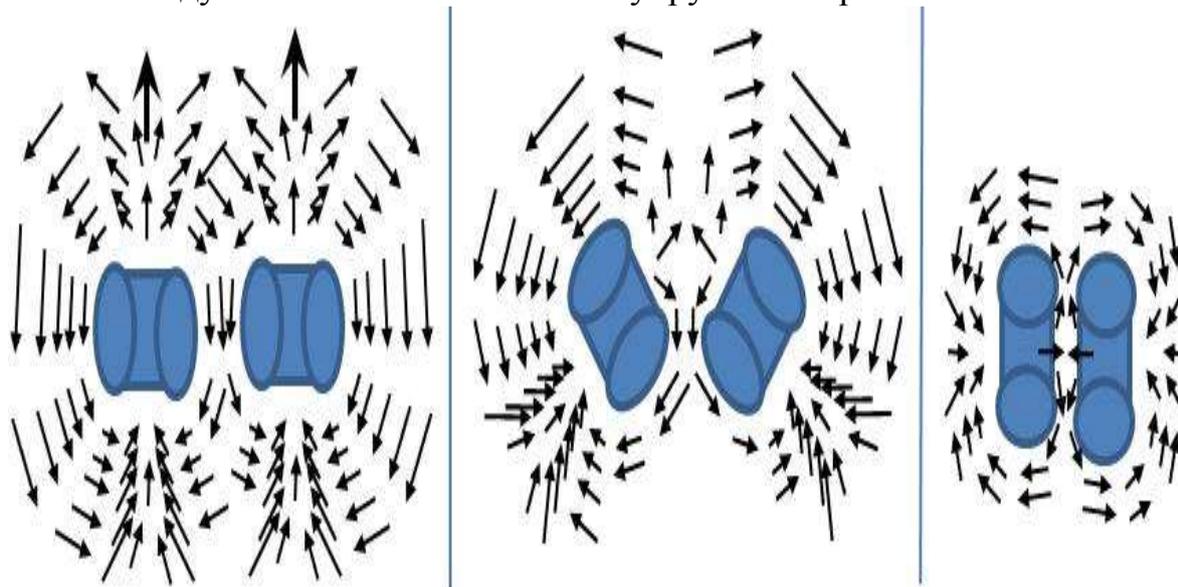


**Рисунок 7-17. Формирование джета при столкновении однонаправленных колец**

**Дополнение 10.** Движущиеся параллельно вихревые кольца одинаковой интенсивности разворачиваются друг к другу и слипаются в новое вихревое образование – дуэт вихревых колец.

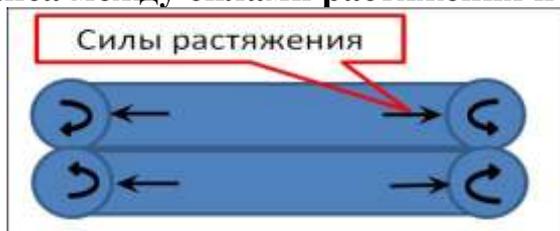
**Пояснение.** Если два вихревых кольца движутся параллельно в одном направлении, то, благодаря особенностям своей конфигурации, вихревое поле каждого кольца спереди воздействует на ближний край другого кольца и тормозит этот край, вынуждая соседнее кольцо разворачиваться (такое явление наблюдали Шабанов и Шубин). Между повернутыми кольцами возникает общий объединённый поток внешней среды. Тогда по закону Бернулли в плоскости между кольцами возникает пониженное давление среды. Более высокое наружное внешнее давление прижимает

кольца друг к другу. Процесс продолжается до тех пор, пока не наступит баланс между силами сжатия и силами упругого сопротивления.



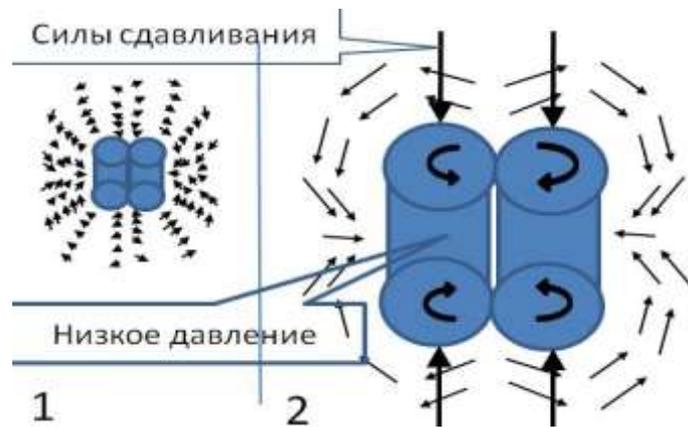
**Рисунок 7-18. Образование дуга встречно направленных вихревых колец**

**Дополнение 11.** Возможно существование стабильного состояния дуга слившихся встречно направленных вихревых колец при установлении баланса между силами растяжения и силами сжатия.



**Рисунок 7-19. Бесконечное растяжение слившихся колец по классическим представлениям**

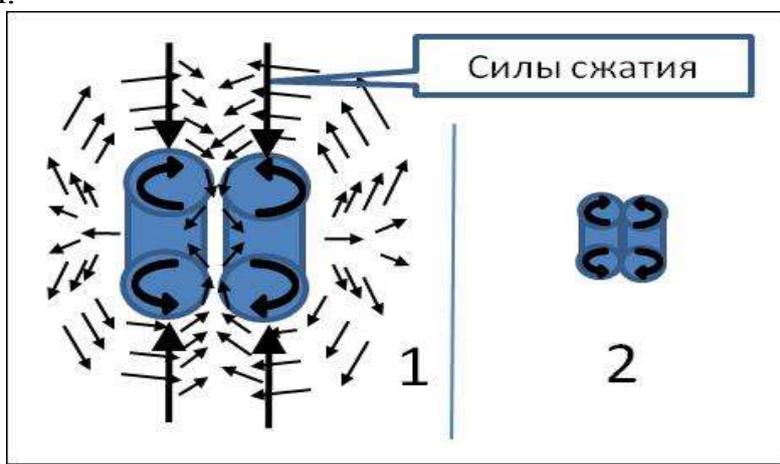
**Пояснение.** Сложилось классическое мнение, что кольцо у стенки или два столкнувшихся на малой скорости встречно направленных кольца должны расширяться до бесконечности. Однако в опытах Шабанова и Шубина такого не происходит. Благодаря особенностям конфигурации, вихревое поле каждого вихревого кольца изнутри внутреннего отверстия воздействует на тело другого кольца, вынуждая его растягиваться – это силы растяжения. Во внутренних отверстиях колец возникает общий объединённый поток внешней среды. Тогда по закону Бернулли в пространстве внутренних отверстий возникает пониженное давление среды. Более высокое наружное внешнее давление сдавливает кольца, снаружи воздействует на тело кольца, вынуждая его сжиматься. Это – сила сдвливания. Если существуют две противоположно действующие силы, то возможен баланс между силами сжатия и силами растяжения. Чем меньше отношение диаметра внутренних отверстий к диаметру тел колец, тем вероятнее существование баланса.



**Рисунок 7-20. Дуэт слипшихся встречно направленных вихревых колец**

**Дополнение 12.** Возможно существование стабильного состояния дуэта слипшихся противоположно направленных вихревых колец при установлении баланса между силами растяжения и силами сжатия.

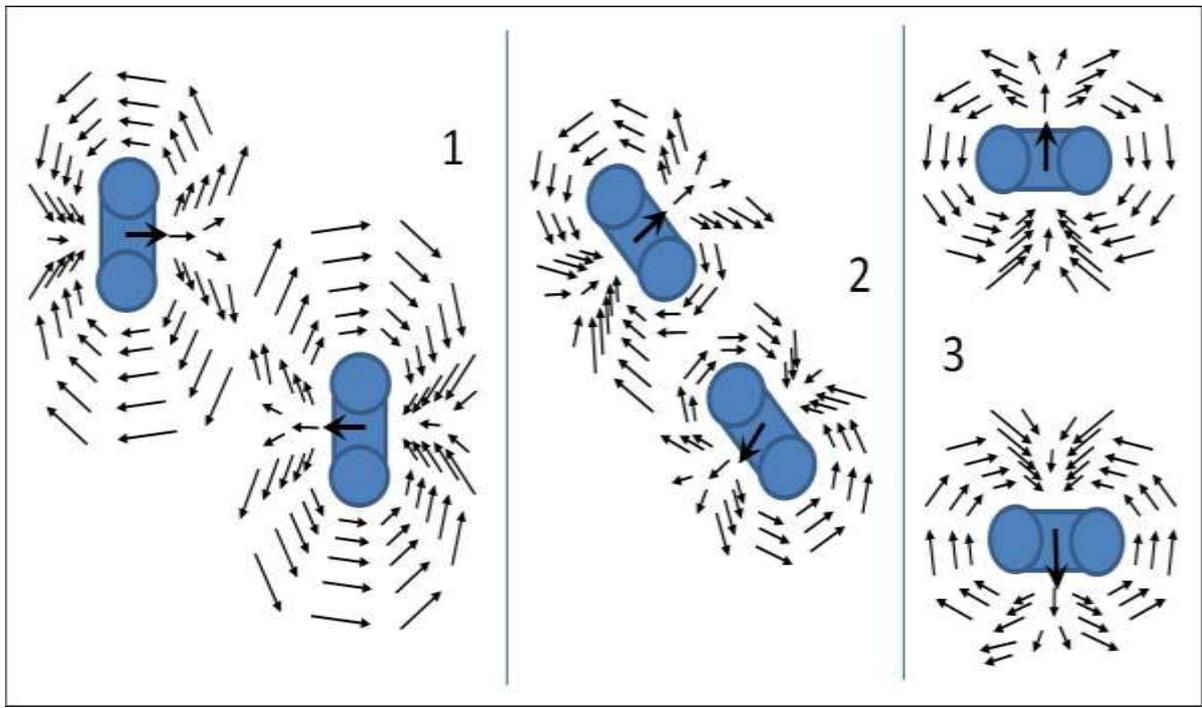
**Пояснение.** Силы, способствующие слипанию, те же самые – по закону Бернулли между кольцами создается пониженное давление. Но, благодаря особенностям конфигурации вихревого поля, здесь вместо сил растяжения появляются силы сжатия. Силы сдвливания и силы сжатия воздействуют вместе снаружи на тело колец, уменьшая их геометрические размеры. Им противостоят центробежные силы и силы упругости. При наличии противоположно направленных сил возможно устойчивое состояние с балансом сил.



**Рисунок 7-21. Дуэт слипшихся противоположно направленных вихревых колец**

**Дополнение 13.** Вихревые кольца, находящиеся не на одной оси, движущиеся навстречу мимо друг друга, разворачиваются друг от друга и удаляются в направлении, перпендикулярном первоначальному направлению движения.

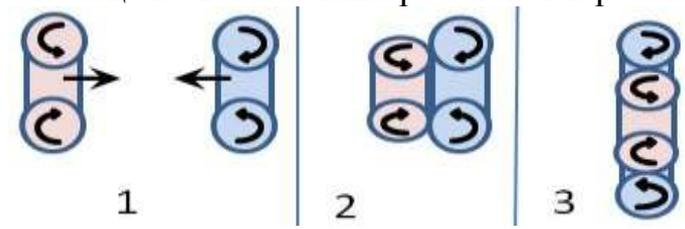
**Пояснение.** Если у колец, движущихся навстречу друг другу, оси не совпадают, то благодаря особенностям своей конфигурации, вихревое поле каждого кольца воздействует на ближний край другого кольца и ускоряет этот край, вынуждая соседнее кольцо разворачиваться. Разворот колец должен происходить постепенно, по мере их сближения. Он продолжается до тех пор, пока кольца не выстроятся вдоль одной оси.



**Рисунок 7-22. Неупругое рассеивание колец, движущихся навстречу друг другу**

**Дополнение 14.** Если два кольца движутся навстречу друг другу вдоль одной оси с малой относительной скоростью, то при столкновении возможно явление взаимного захвата с образованием новой стабильной вихревой комбинации – сдвоенного кольца.

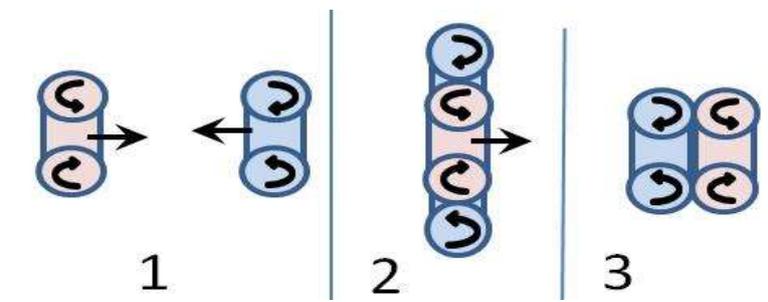
**Пояснение.** Когда при столкновении более интенсивное кольцо проникает внутрь другого кольца, то тела колец начинают соприкасаться. Конфигурации вихревых полей таковы, что в месте соприкосновения возникает общий поток. Тогда по закону Бернулли между телами колец создаётся пониженное давление среды, вследствие чего между кольцами появляются силы притяжения. Если эти силы превышают составляющую силы инерции, то кольца не в состоянии разойтись в разные стороны.



**Рисунок 7-23. Образование вихревой комбинации в виде сдвоенного кольца**

**Дополнение 15.** Если при встречном столкновении двух вихревых колец происходит проникновение одного кольца через внутреннее отверстие другого кольца, то возможно слипание и образование дуэта противоположно направленных вихревых колец.

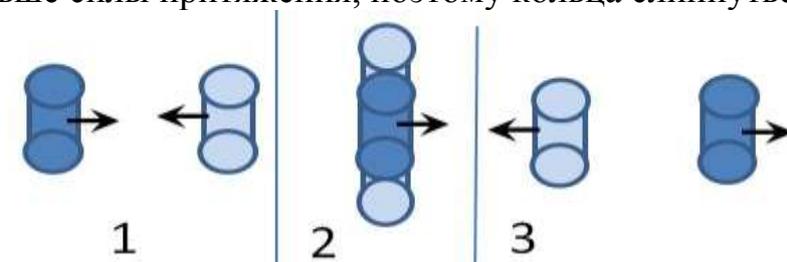
**Пояснение.** Благодаря особенностям конфигурации, вихревые поля колец воздействуют друг на друга, расширяя. Кольцо с меньшей интенсивностью расширяется быстрее. Когда его внутреннее отверстие становится равным диаметру другого кольца, то одно кольцо проходит сквозь другое. Если сила инерции меньше силы притяжения, то кольца слипаются.



**Рисунок 7-24. Прохождение колец друг сквозь друга с последующим слипанием**

**Дополнение 16.** Если при столкновении двух встречно направленных вихревых колец происходит проникновение одного кольца через внутреннее отверстие другого кольца, то возможно продолжение движения колец в прежнем направлении.

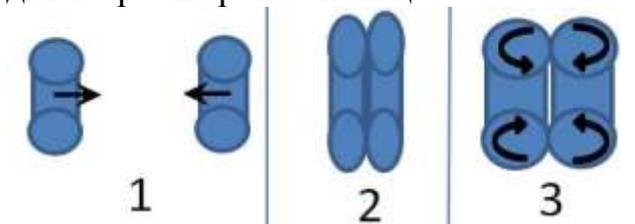
**Пояснение.** Ситуация аналогична предыдущему случаю. Но здесь сила инерции больше силы притяжения, поэтому кольца слипнуться не могут.



**Рисунок 7-25. Прохождение колец друг сквозь друга с последующим расхождением**

**Дополнение 17.** Если два вихревых кольца одинаковой интенсивности встречно сталкиваются с небольшой относительной скоростью, то возможно их слипание в новое вихревое образование – дуэт встречно направленных вихревых колец.

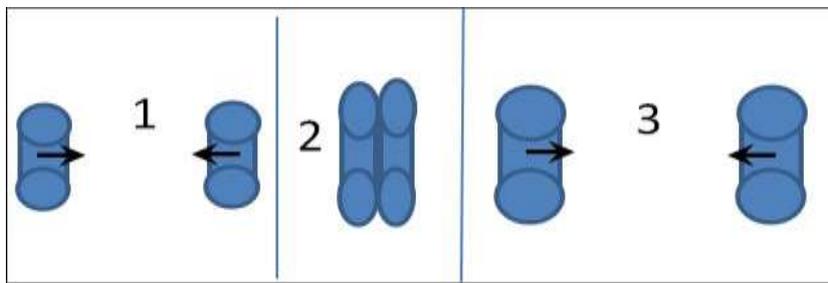
**Пояснение.** Вихревые кольца с одинаковой интенсивностью одинаково воздействуют на окружающую среду и не могут проникнуть друг сквозь друга. Если энергия столкновения мала, то мала и сила упругого отталкивания, и кольца не в силах отскочить друг от друга. Поэтому, остаётся только один вариант - они прилипают друг к другу. Энергия столкновения уходит на расширение колец.



**Рисунок 7-26. Явление слипания при столкновении встречно направленных колец**

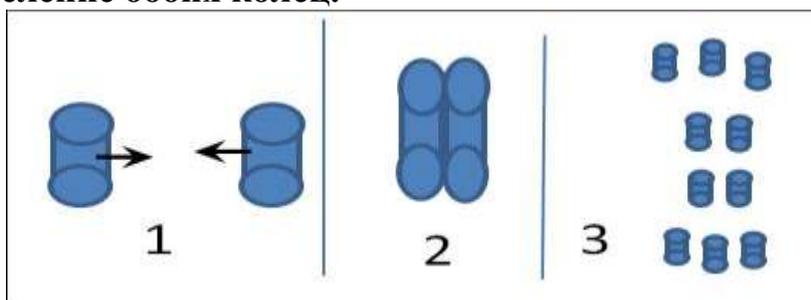
**Дополнение 18.** Если два вихревых кольца одинаковой интенсивности движутся вдоль одной оси навстречу друг другу, а относительная скорость намного меньше окружной скорости стенок обоих колец, то при столкновении возможно упругое отталкивание.

**Пояснение.** Если относительная скорость превышает некую критическую величину, то процесс слипания колец заменяется явлением упругого отталкивания. Если относительная скорость намного меньше окружной скорости обоих колец, то кольца устойчивы к внешнему воздействию и не разрушаются. Энергия столкновения уходит на увеличение размеров и на упругое отталкивание.



**Рисунок 7-27. Упругое отталкивание при столкновении встречно направленных колец**

**Дополнение 19.** Если два вихревых кольца движутся вдоль одной оси навстречу друг другу, а относительная скорость соизмерима с окружной скоростью стенок обоих колец, то при столкновении возможно деление обоих колец.



**Рисунок 7-28. Деление колец при встречном столкновении**

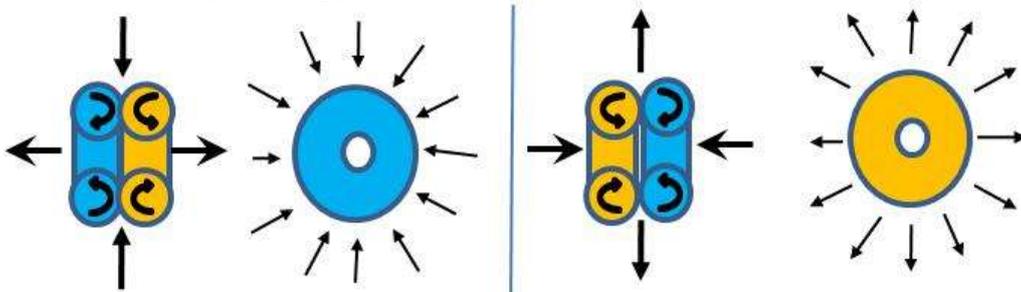
**Пояснение.** При данных параметрах неустойчивы к внешним воздействиям оба кольца. Энергия столкновения уходит на придание кинетической энергии осколкам.



**Рисунок 7-29. Фото до и после столкновения двух вихревых колец**

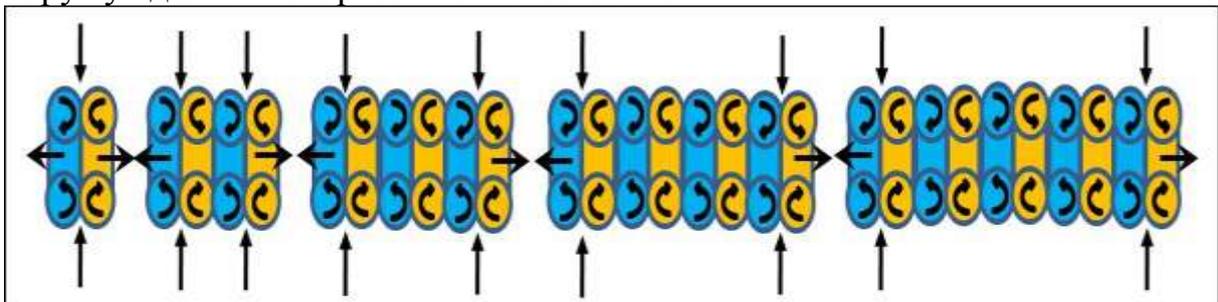
## 8. Статические конфигурации вихревых колец

В данном разделе гидродинамики исследуются теоретически возможные устойчивые конфигурации абстрактных вихревых колец одинаковой интенсивности. Предполагается, что время жизни таких вихревых колец больше времени образования предлагаемых комбинаций. В опытах Шабанова и Шубина наблюдался один из вариантов образования статической конфигурации из двух вихревых колец. Если возможно образование комбинации из двух вихревых колец, то нет никаких ограничений и на образование комбинаций из любого количества колец. Главное, что нужно помнить, слипание двух вихревых колец возможно только в том случае, если между кольцами формируются общие потоки среды. Тогда по закону Бернулли между кольцами возникает пониженное давление, вследствие чего нормальное давление среды прижимает вихревые кольца друг к другу.



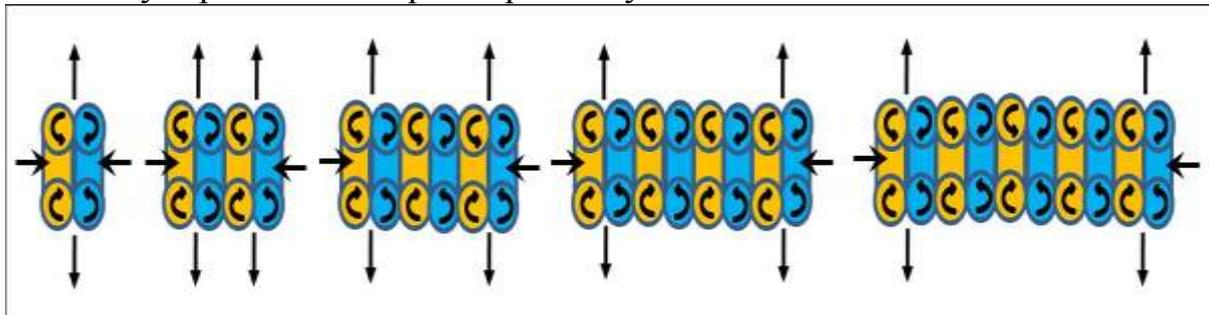
**Рисунок 8-1. Две статические комбинации спаренных колец**

Всего возможно две стабильные комбинации спаренных вихревых колец. Чтобы как-то отличать их друг от друга, назовём одну комбинацию положительной, а другую отрицательной. В обеих комбинациях самоиндуцированные скорости составляющих вихревых колец имеют противоположное направление, поэтому суммарные общие самоиндуцированные скорости спаренных комбинаций равны нулю. Они могут двигаться в пространстве только под воздействием внешних сил. В отрицательной комбинации среда выдувается наружу с обеих сторон внутреннего отверстия и вдоль экваториальной плоскости втягивается вовнутрь. В положительной комбинации наоборот, среда втягивается вовнутрь комбинации с обеих сторон внутреннего отверстия и выдувается наружу вдоль экваториальной плоскости.



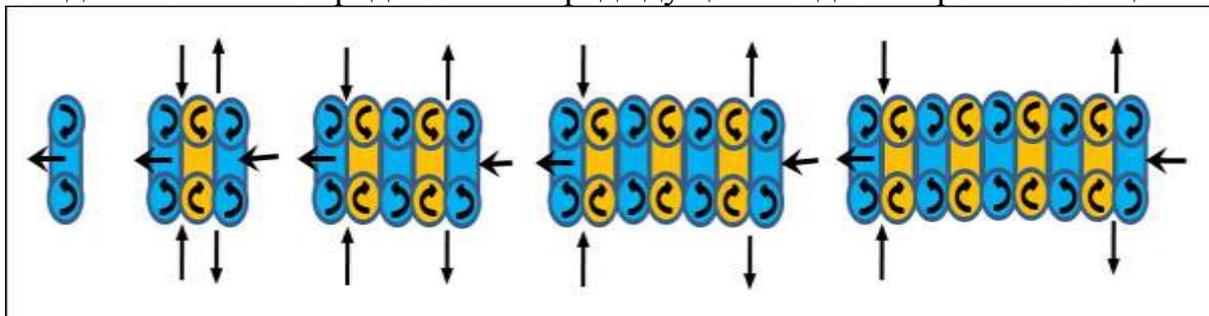
**Рисунок 8-2. Ряд отрицательных комбинаций вихревых колец**

Обе комбинации являются родоначальниками двух рядов статических линейных комбинаций с чётным количеством колец, в которых каждый член имеет свойства родоначальника ряда, у каждого члена ряда самоиндуцированная скорость равна нулю.



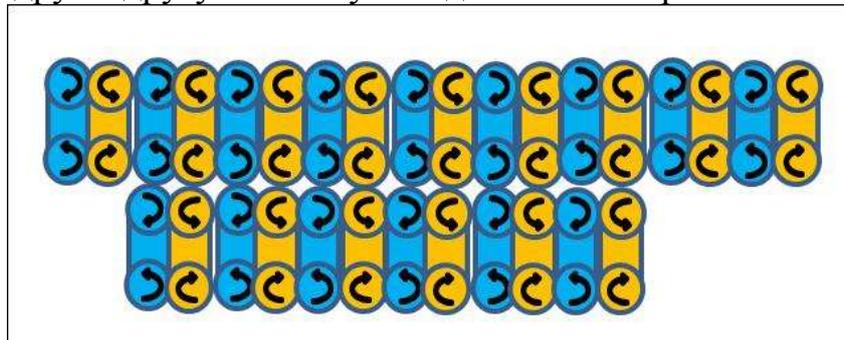
**Рисунок 8-3. Ряд положительных комбинаций вихревых колец**

Ещё один ряд линейных комбинаций вихревых колец можно построить, если в каком-либо из предыдущих рядов у всех членов ряда удалить одно вихревое кольцо. Каждый член ряда имеет свойства вихревого кольца, все члены ряда обладают самоиндуцированной скоростью. Во всех трёх рядах каждый новый член ряда больше предыдущего на два вихревых кольца.



**Рисунок 8-4. Ряд вихревых комбинаций с самоиндуцированной скоростью**

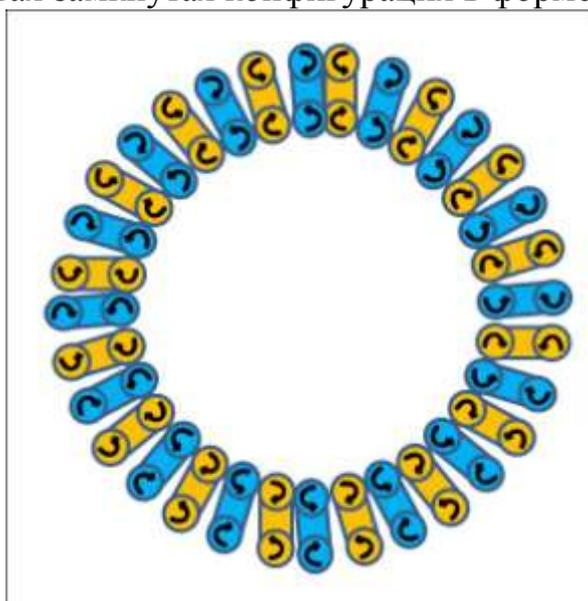
Если две линейные комбинации с произвольным количеством вихревых колец разместить параллельно в непосредственной близости, то они притянутся друг к другу и слипнутся одинаково направленными кольцами.



**Рисунок 8-5. Слипание двух линейных комбинаций вихревых колец**

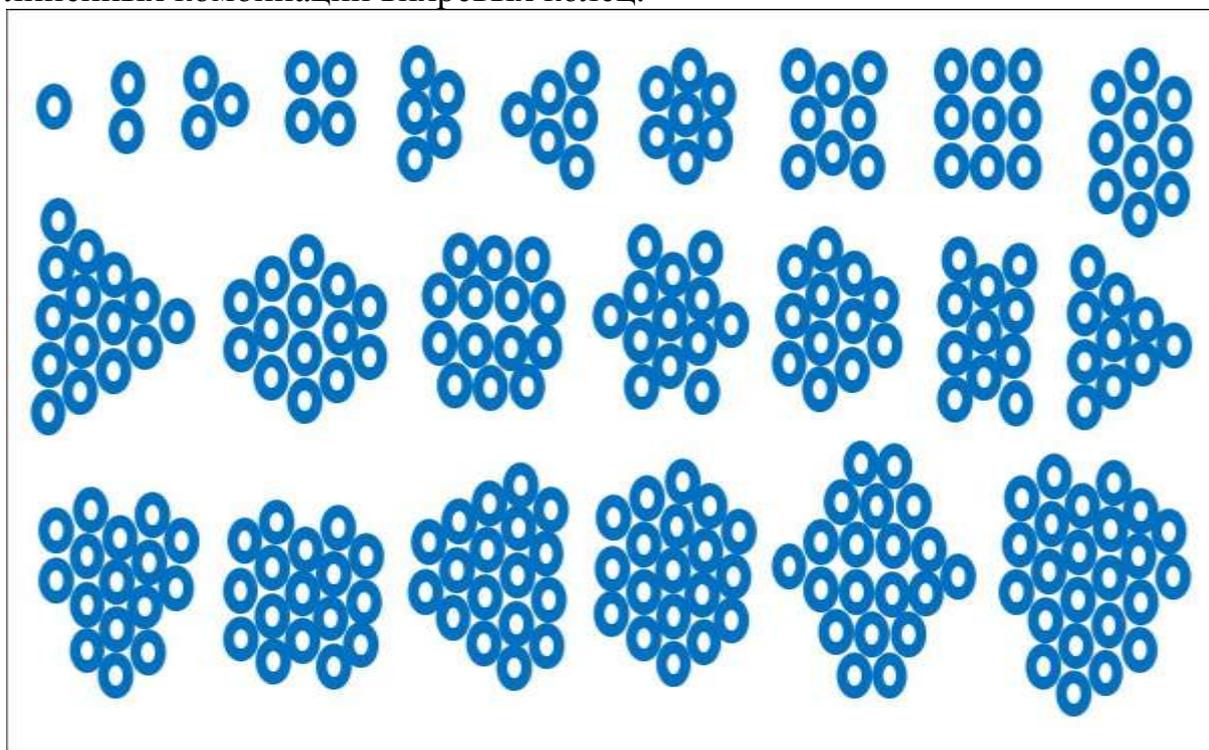
Линейная конфигурация с большим количеством вихревых колец является аналогом механической пружины. Она способна изгибаться в результате внешнего воздействия и возвращаться в линейное состояние после прекращения внешнего воздействия.

Но если по каким-либо причинам соприкоснутся концы линейной конфигурации с чётным количеством вихревых колец, то образуется принципиально новая замкнутая конфигурация в форме бублика.



**Рисунок 8-6. Замкнутый ряд из чётного количества вихревых колец**

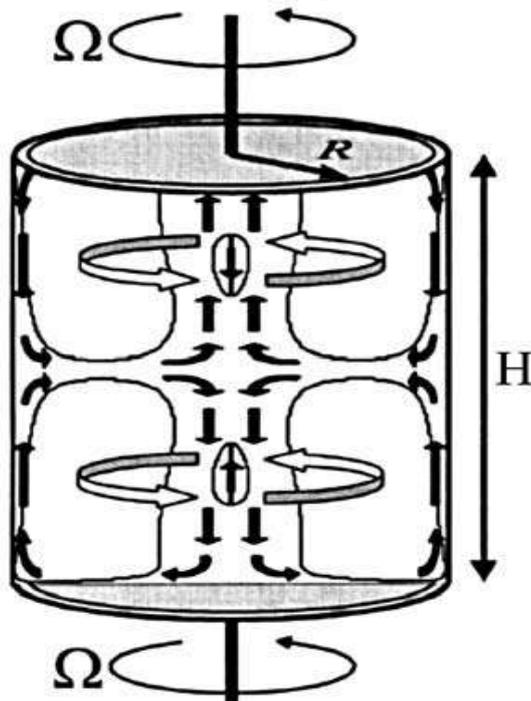
В отличие от параллельных линейных вихрей, линейные комбинации вихревых колец всегда притягиваются друг к другу. Поэтому нет никаких ограничений на их слипания, они могут образовывать какие угодно узоры, в том числе и такие, какие не способны образовать линейные вихри. На рисунке ниже показан вид с торца нескольких компактных группировок линейных комбинаций вихревых колец.



**Рисунок 8-7. Примеры группировки линейных комбинаций вихревых колец**

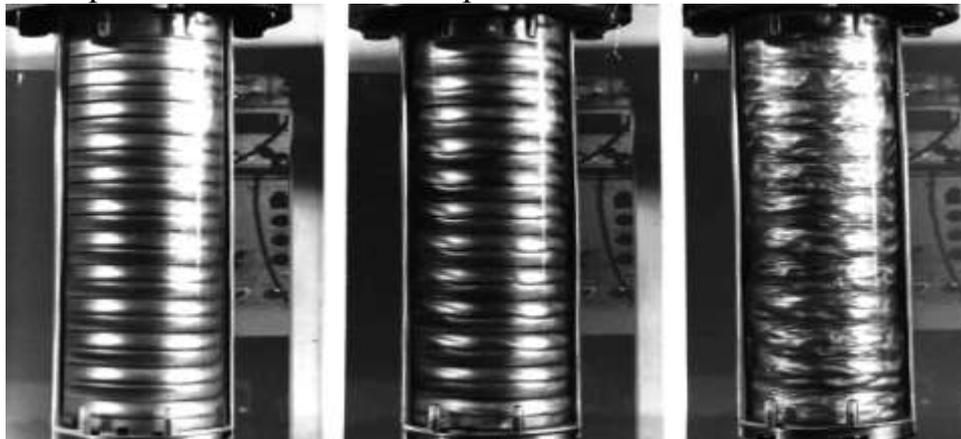
## 9. Параметры винтовых вихревых колец

Степановой были описаны эксперименты, проделанные в цилиндрическом сосуде ограниченного объема, где течение создавалось вращением как верхней, так и нижней крышек. Эти эксперименты дали результаты по структуре и основным особенностям схожие с полученными в работах, где источником завихренности являлся только один из торцов цилиндрической камеры. В ходе таких исследований основное внимание было приковано к моделированию процесса “распада вихря” – образованию на оси течения “вихревого пузыря” – дрейфующего тороидального вихря сложной структуры, располагающегося на оси течения. Такой вихрь дополняет существующую в сосуде циркуляцию, захватывающую весь объем жидкости в сосуде и, располагаясь на оси симметрии течения, имеет противоположное направление течения жидкости. В случае, когда оба торца вращаются с ненулевой скоростью, обнаружено возникновение нескольких замкнутых зон с противоположным основному движением жидкости – “вихревых пузырей”, – размер, положение и количество которых зависит от параметров системы: отношения и абсолютной величины угловых скоростей вращения торцов цилиндра, отношения радиуса камеры к ее высоте. На рисунке ниже показано появление в сосуде двух таких вихревых пузырей, вращающихся вокруг оси симметрии. Такие принципиально новые вихревые образования, в которых кроме обычного тороидального вращения имеется ещё и вращение вокруг оси симметрии, принято называть винтовыми вихревыми кольцами. Такие вихри одновременно обладают свойствами вихревых колец и линейных вихрей.



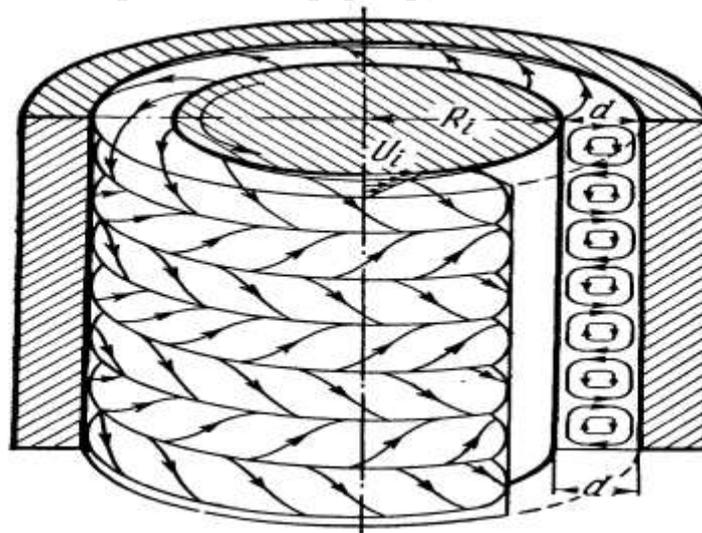
**Рисунок 9-1. Образование пары вихревых винтовых колец**

Гораздо больше винтовых вихревых колец образуется в конструкциях, где машинное масло, содержащее алюминиевый порошок, заполняет зазор между неподвижным внешним стеклянным цилиндром и вращающимся внутренним металлическим цилиндром. Торцовые пластинки в стеклянном внешнем цилиндре неподвижны. Тейлор определил критическую угловую скорость, при которой обыкновенный линейный вихрь между двумя цилиндрами становится неустойчивым и превращается в новое устойчивое состояние в виде линейной комбинации тороидальных вихрей с единой осью симметрии. Позднее такие вихри стали называть его именем.



**Рисунок 9-2. Образование линейной конфигурации винтовых вихревых колец**

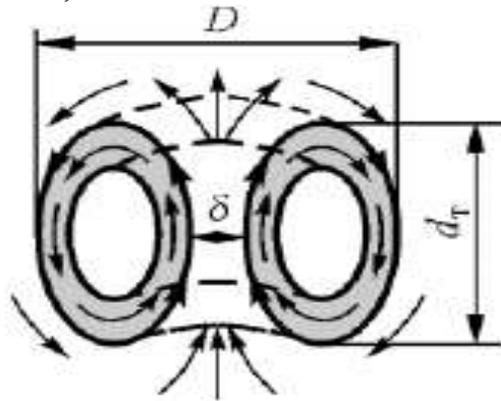
Шлихтинг показал схематическую картину распределения направлений скоростей в вихрях Тейлора, возникших между двумя цилиндрами. Кольцевое вращение вокруг общей оси одинаково у всех вихрей, но тороидальное вращение у любых соседних вихрей совершается в противоположных направлениях, формируя общие потоки между вихрями.



**Рисунок 9-3. Структура вихрей Тейлора между двумя цилиндрами**

Ацюковский пишет, что винтовое вихревое кольцо (вихрь Тейлора) является аналогом свернутой трубы. Как показали эксперименты с обычным дымовым кольцом, такая труба имеет эллипсоидальную форму, в результате чего диаметр тороида  $D$  меньше двух, но более одного диаметра тора  $d$  и составляет примерно  $1,7d$ , диаметр внутреннего

отверстия тора  $\delta$  равен примерно  $0,25d$ , а отношение осевых размеров эллипса равно примерно  $0,7:1$ .



**Рисунок 9-4. Торoidalный газовый вихрь в разрезе**

Винтовые вихри отличаются от вихревых колец только тем, что имеют дополнительное вращение вокруг оси симметрии. Поэтому винтовые вихри обладают точно такими же параметрами и свойствами вихревых колец, к ним также применимы математические выводы Гельмгольца:

1) Если существует только одно винтовое кольцо, то радиус его остаётся неизменным.

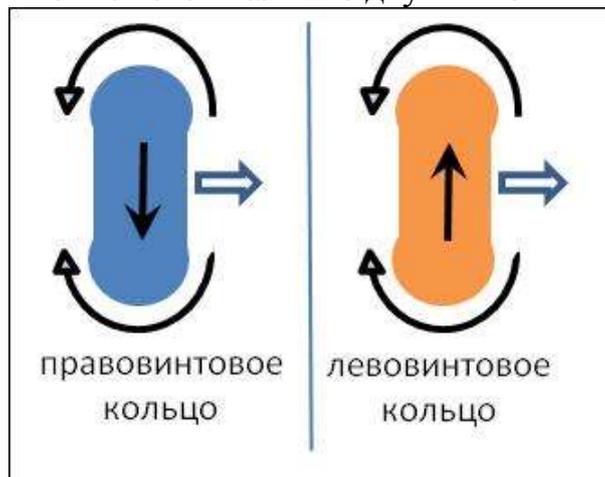
2) В винтовом кольце центр тяжести поперечного сечения движется самопроизвольно параллельно оси винтового кольца с приблизительно постоянной скоростью, направленной в ту же сторону, в какую жидкость течет сквозь кольцо.

2а) Винтовое кольцо с конечным радиусом получило бы бесконечно большую скорость передвижения;

2б) Винтовое кольцо с бесконечным радиусом превращается в прямолинейную вихревую нить с нулевой скоростью передвижения;

2в) Винтовое кольцо с меньшим радиусом имеет более большую скорость передвижения.

Важной особенностью является наличие двух типов винтовых колец.

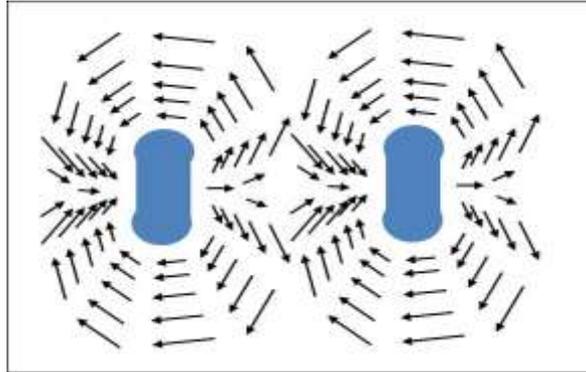


**Рисунок 9-5. Два типа винтовых колец, отличающиеся полярностью**

## 10. Взаимодействие двух винтовых колец

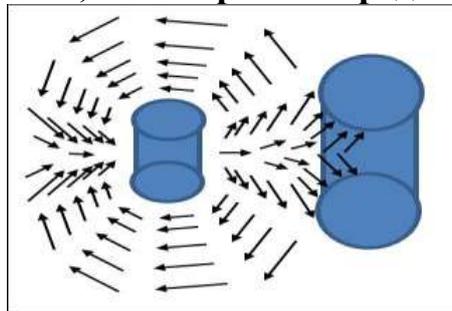
Правила, которые сформулировал Гельмгольц для взаимодействия простых вихревых колец и дополнительные правила, сформулированные мной, применимы с косметическими поправками и для винтовых колец.

**Правило 1.** Два винтовых кольца, имеющие одну и ту же ось, будут влиять друг на друга, так как каждое, кроме собственного передвижения, следует еще движению жидких частиц, вызываемым другим винтовым кольцом.



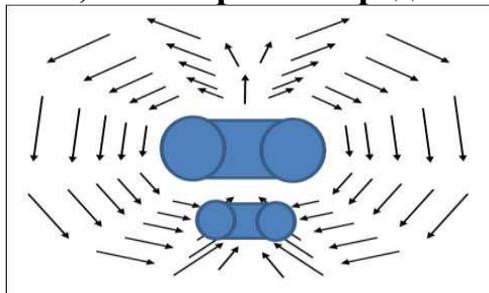
**Рисунок 10-1. Вихревые поля, распространяемые винтовыми кольцами**

**Правило 2.** Винтовое кольцо в процессе собственного движения расширяет радиус находящегося впереди другого винтового кольца и замедляет, соответственно, его скорость передвижения.



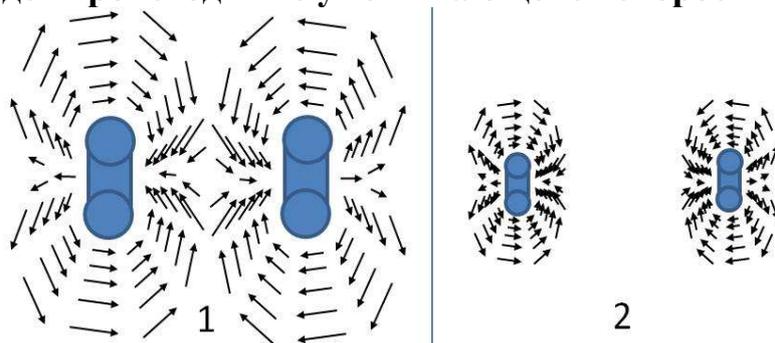
**Рисунок 10-2. Вихревое поле левого кольца расширяет правое кольцо**

**Правило 3.** Винтовое кольцо в процессе собственного движения суживает радиус находящегося позади другого винтового кольца и ускоряет, соответственно, его скорость передвижения.



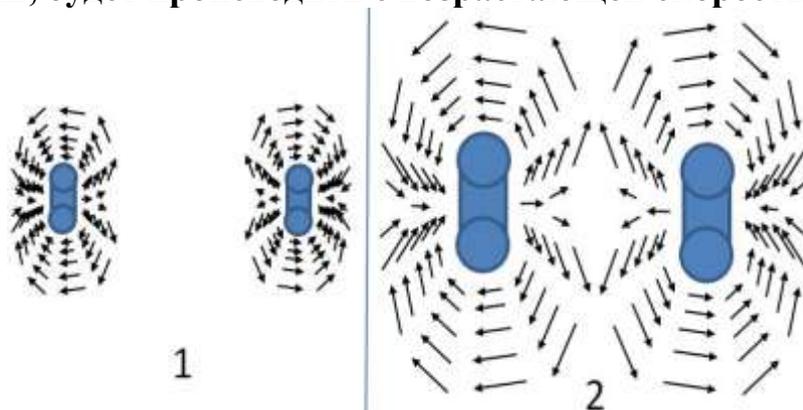
**Рисунок 10-3. Вихревое поле верхнего кольца суживает нижнее кольцо**

**Правило 4.** Если винтовые кольца в процессе собственного движения удаляются друг от друга, то под взаимным влиянием взаимное удаление их будет происходить всё быстрее, взаимное сужение же, напротив, будет происходить с уменьшающейся скоростью.



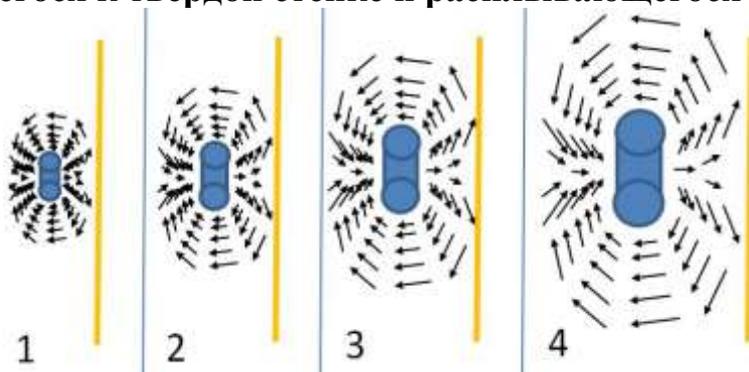
**Рисунок 10-4. Вихревые поля удаляющихся колец, суживают друг друга**

**Правило 5.** Если винтовые кольца имеют равные радиусы и движутся навстречу друг к другу, то под взаимным влиянием взаимное сближение их будет происходить всё медленнее, расширение же, напротив, будет происходить с возрастающей скоростью.



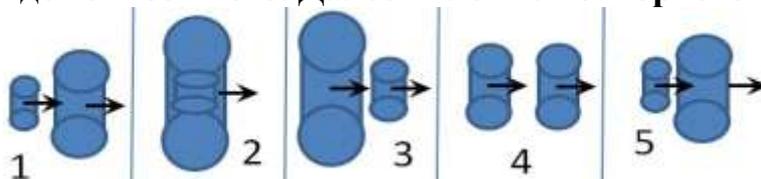
**Рисунок 10-5. Винтовые кольца, двигающиеся навстречу, расширяют друг друга**

**Правило 5а.** Если оба кольца симметричны, то для частиц, лежащих в срединной плоскости, параллельная оси скорость равна нулю. Поэтому, не возмущая движения, мы можем вообразить здесь твёрдую стенку, и тогда получаем случай одного винтового кольца, направляющегося к твёрдой стенке и расплывающегося по стенке.



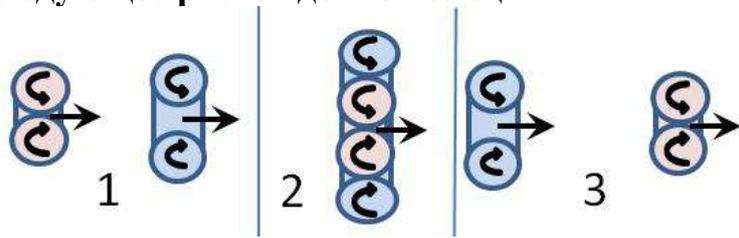
**Рисунок 10-6. Винтовое кольцо расплывается при столкновении с твёрдой стенкой**

**Правило 6.** Если два винтовых кольца движутся в одном направлении вдоль одной оси, то переднее кольцо будет расширяться и замедлять своё движение, а заднее кольцо станет суживаться и передвигаться быстрее. Если разность скоростей мала, то второе кольцо догонит первое и пройдёт сквозь него. Далее явление повторяется.



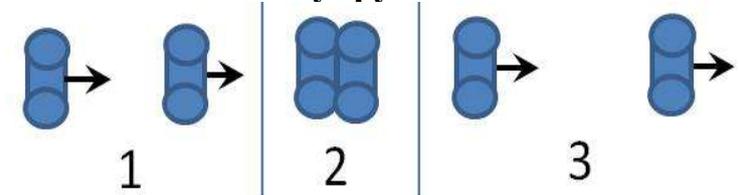
**Рисунок 10-7. Чехарда колец при низкой скорости столкновения однонаправленных колец**

**Дополнение 1.** Если одно винтовое кольцо догоняет другое винтовое кольцо больших размеров и проникает сквозь него, то возможно последующее расхождение колец.



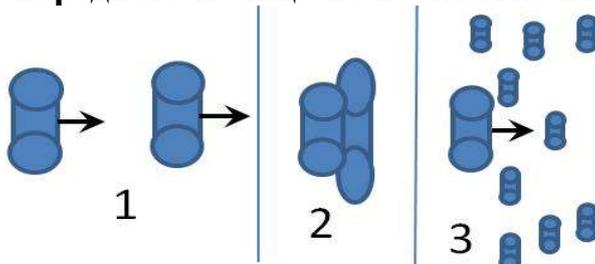
**Рисунок 10-8. Расхождение после однократного прохождения одного кольца сквозь другое**

**Дополнение 2.** Если одно винтовое кольцо догоняет другое винтовое кольцо такой же интенсивности, а их относительная скорость намного меньше окружной скорости стенок обоих колец, то при их столкновении возможно упругое отталкивание.



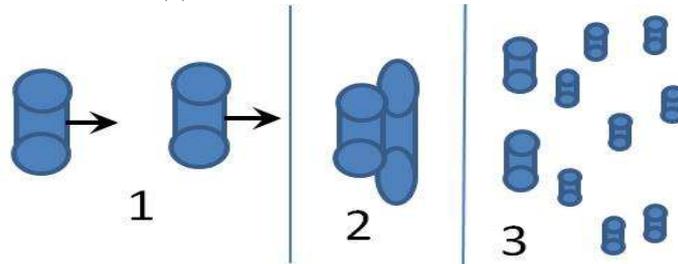
**Рисунок 10-9. Упругое столкновение однонаправленных колец**

**Дополнение 3.** Если два винтовых кольца движутся в одном направлении вдоль одной оси, а их относительная скорость намного меньше окружной скорости стенок заднего кольца, но соизмерима с окружной скоростью стенок переднего кольца, то при столкновении возможно деление переднего кольца на несколько вихревых колец.



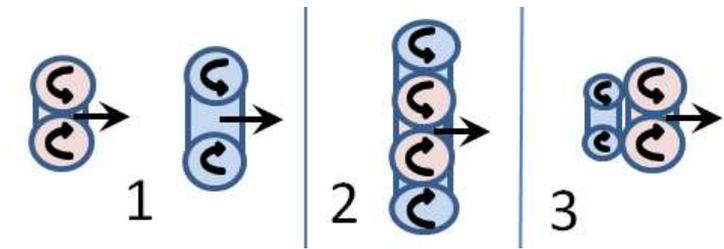
**Рисунок 10-10. Деление одного кольца при высокой скорости столкновения**

**Дополнение 4.** Если два винтовых кольца движутся в одном направлении вдоль одной оси, а их относительная скорость соизмерима с окружной скоростью стенок обоих колец, то при столкновении возможно деление обоих винтовых колец.



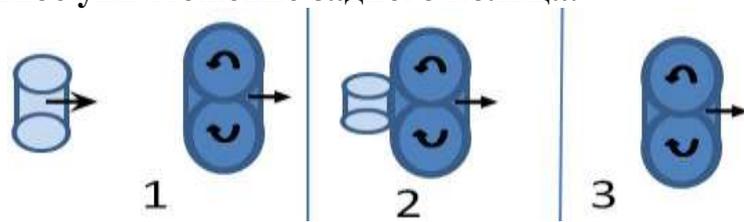
**Рисунок 10-11. Деление обоих колец при высокой скорости столкновения**

**Дополнение 5.** Если сферический винтовой вихрь догоняет винтовое кольцо и проникает сквозь него, то возможно последующее слипание этих колец.



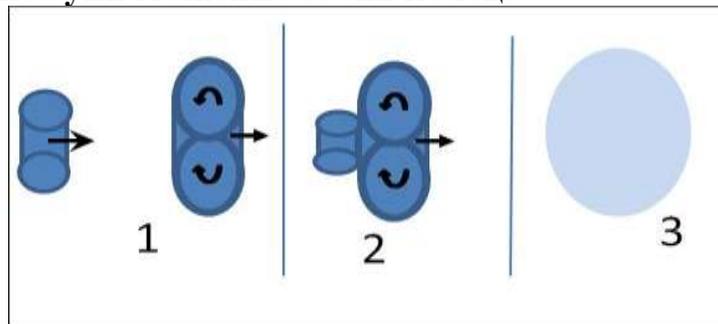
**Рисунок 10-12. Слипание после однократного прохождения одного кольца сквозь другое**

**Дополнение 6.** Если сферический винтовой вихрь сзади догоняет винтовое кольцо с меньшей интенсивностью, то при столкновении возможно полное уничтожение заднего кольца.



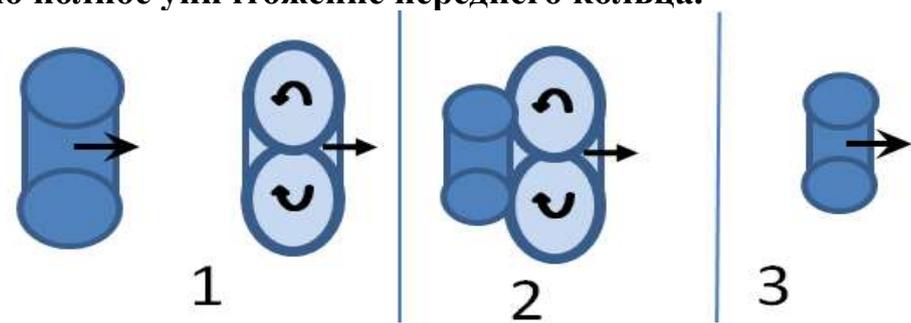
**Рисунок 10-13. Уничтожение заднего вихря при столкновении однонаправленных колец**

**Дополнение 7.** Если сферический винтовой вихрь сзади догоняет винтовое кольцо с такой же интенсивностью, то при их столкновении возможно полное уничтожение обоих колец.



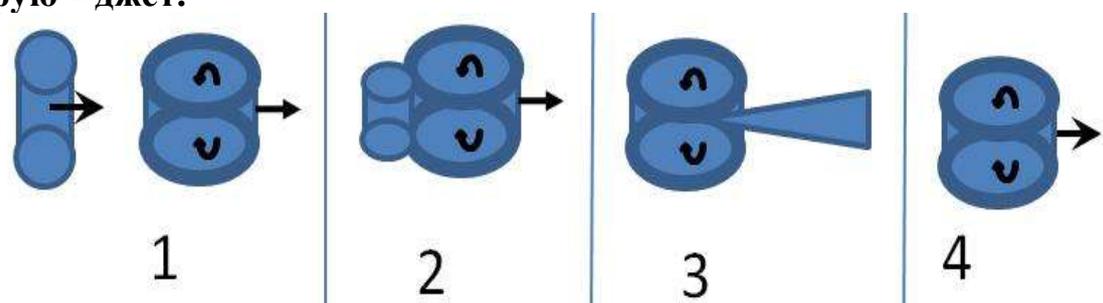
**Рисунок 10-14. Уничтожение обоих вихрей при столкновении однонаправленных колец**

**Дополнение 8.** Если сферический винтовой вихрь сзади догоняет винтовое кольцо с большей интенсивностью, то при столкновении возможно полное уничтожение переднего кольца.



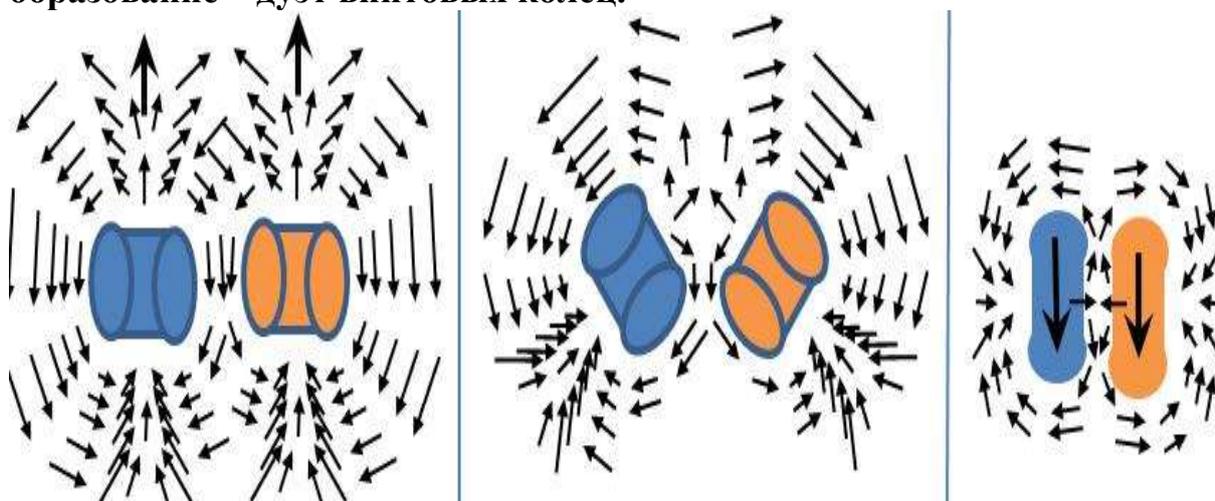
**Рисунок 10-15. Уничтожение переднего вихря при столкновении однонаправленных колец**

**Дополнение 9.** Если вытянутый сферический винтовой вихрь сзади догоняет винтовое кольцо, то при столкновении возможно выжимание содержимого заднего вихревого кольца в кумулятивную струю – джет.



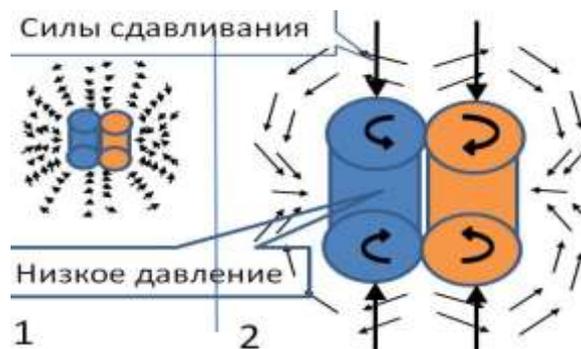
**Рисунок 10-16. Формирование джета при столкновении однонаправленных колец**

**Дополнение 10.** Движущиеся параллельно винтовые кольца одинаковой интенсивности и противоположной полярности разворачиваются друг к другу и слипаются в новое вихревое образование – дуэт винтовых колец.



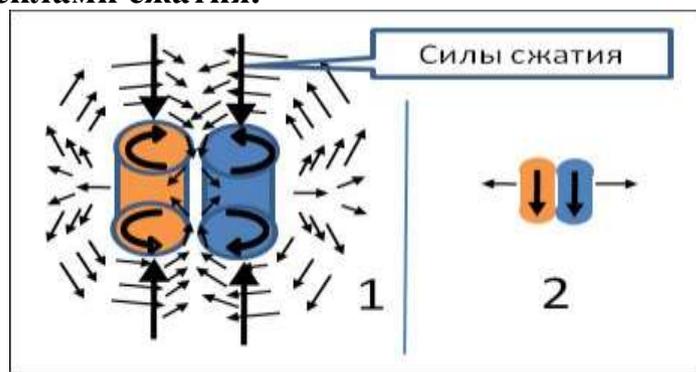
**Рисунок 10-17. Образование дуэта встречно направленных винтовых колец**

**Дополнение 11.** Возможно существование стабильного состояния дуэта слипшихся встречно направленных винтовых колец разной полярности при установлении баланса между силами растяжения и силами сжатия.



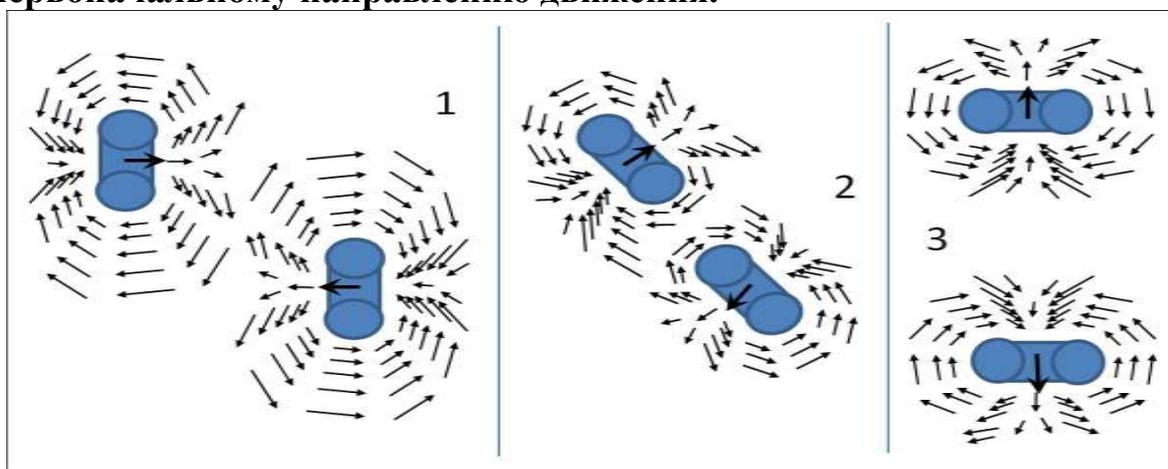
**Рисунок 10-18.** Дуэт слипшихся встречно направленных винтовых колец

**Дополнение 12.** Возможно существование стабильного состояния дуэта слипшихся противоположно направленных винтовых колец разной полярности при установлении баланса между силами растяжения и силами сжатия.



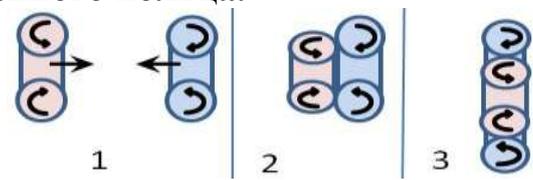
**Рисунок 10-19.** Дуэт слипшихся противоположно направленных винтовых колец

**Дополнение 13.** Винтовые кольца, находящиеся не на одной оси, движущиеся навстречу мимо друг друга, разворачиваются друг от друга и удаляются в направлении, перпендикулярном первоначальному направлению движения.



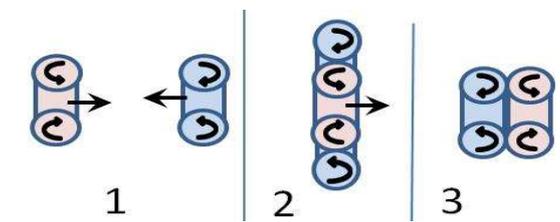
**Рисунок 10-20.** Неупругое рассеивание колец, движущихся навстречу друг другу

**Дополнение 14.** Если два винтовых кольца разной полярности движутся навстречу друг другу вдоль одной оси с малой относительной скоростью, то при столкновении возможно явление взаимного захвата с образованием новой стабильной вихревой комбинации – сдвоенного кольца.



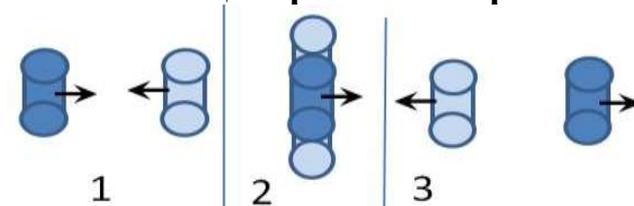
**Рисунок 10-21. Образование винтовой комбинации в виде сдвоенного кольца**

**Дополнение 15.** Если при встречном столкновении двух винтовых колец разной полярности происходит проникновение одного кольца через внутреннее отверстие другого кольца, то возможно слипание и образование дуэта противоположно направленных винтовых колец.



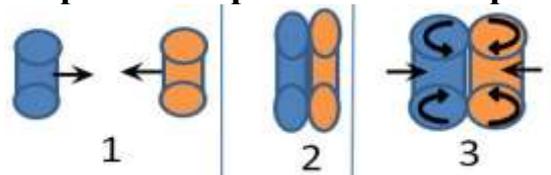
**Рисунок 10-22. Прохождение колец друг сквозь друга с последующим слипанием**

**Дополнение 16.** Если при столкновении двух встречно направленных винтовых колец происходит проникновение одного кольца через внутреннее отверстие другого кольца, то возможно продолжение движения колец в прежнем направлении.



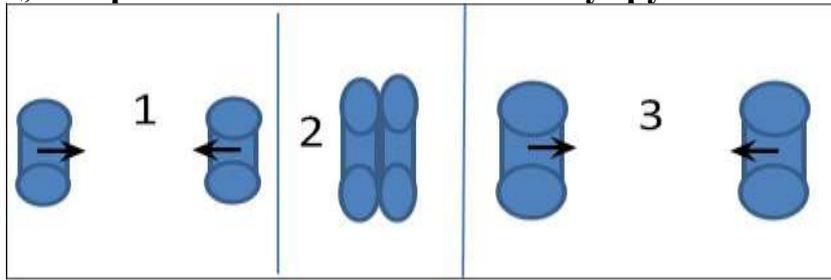
**Рисунок 10-23. Прохождение колец друг сквозь друга с последующим расхождением**

**Дополнение 17.** Если два винтовых кольца одинаковой интенсивности и разной полярности встречно сталкиваются с небольшой относительной скоростью, то возможно их слипание в новое вихревое образование – дуэт встречно направленных вихревых колец.



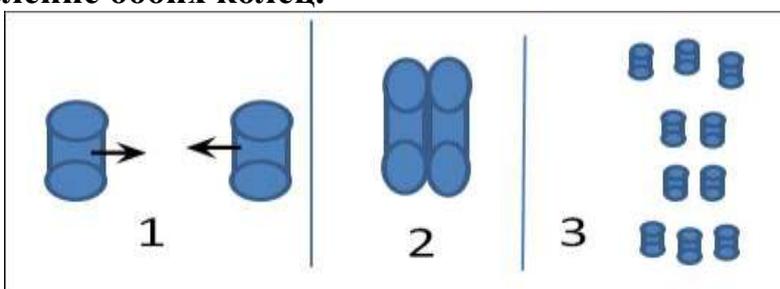
**Рисунок 10-24. Явление слипания при столкновении встречно направленных колец**

**Дополнение 18.** Если два винтовых кольца одинаковой интенсивности движутся вдоль одной оси навстречу друг другу, а относительная скорость намного меньше окружной скорости стенок обоих колец, то при столкновении возможно упругое отталкивание.



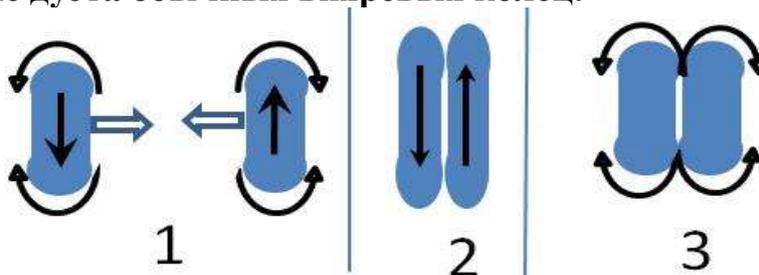
**Рисунок 10-25. Упругое отталкивание при столкновении встречно направленных колец**

**Дополнение 19.** Если два винтовых кольца движутся вдоль одной оси навстречу друг другу, а относительная скорость соизмерима с окружной скоростью стенок обоих колец, то при столкновении возможно деление обоих колец.



**Рисунок 10-26. Деление колец при встречном столкновении**

**Дополнение 20.** Если два винтовых кольца одинаковой полярности и интенсивности встречно сталкиваются с небольшой относительной скоростью, то возможна потеря кольцевого вращения и образование дуга обычных вихревых колец.

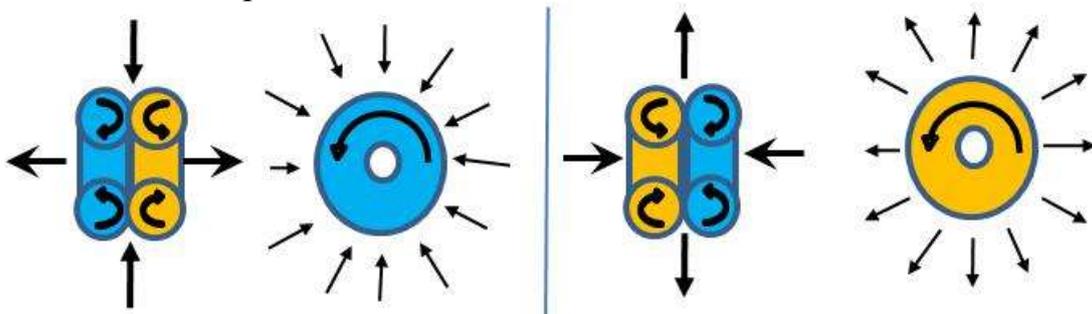


**Рисунок 10-27. Потеря кольцевого вращения при слипании винтовых колец одинаковой полярности**

**Пояснение.** Вихревые поля, создаваемые винтовыми кольцами, имеют противоположное кольцевое вращение вокруг общей оси. Если такие кольца соприкоснутся, то кольцевое вращение взаимно погасится.

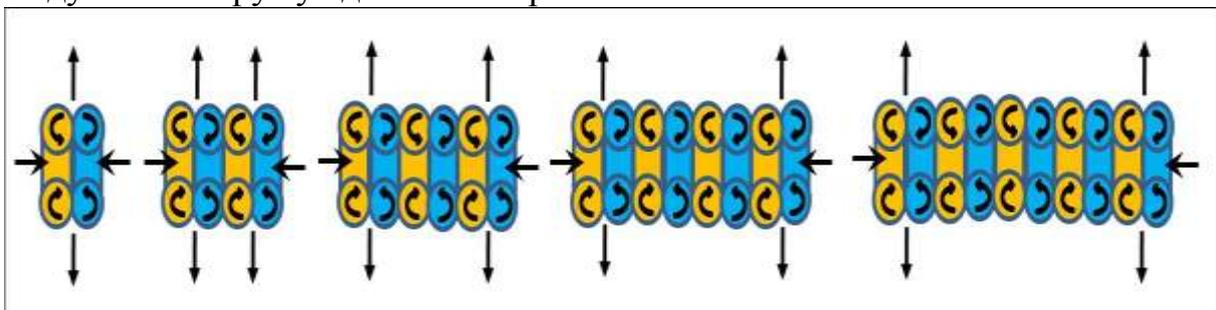
## 11. Статические конфигурации винтовых колец

В данном разделе гидродинамики исследуются теоретически возможные устойчивые конфигурации абстрактных винтовых колец одинаковой интенсивности. Предполагается, что время жизни таких вихревых колец больше времени образования предлагаемых комбинаций. Если все обычные вихревые кольца одинаковы, то винтовые вихревые кольца делятся на правовинтовые и левовинтовые. Слипаться торцами могут только кольца разной полярности. Всего возможно две стабильные комбинации спаренных винтовых колец: одна - положительная, другая - отрицательная. В обеих комбинациях кроме тороидального вращения в кольцах имеется ещё и одновременное вращение обоих колец вокруг общей оси симметрии.



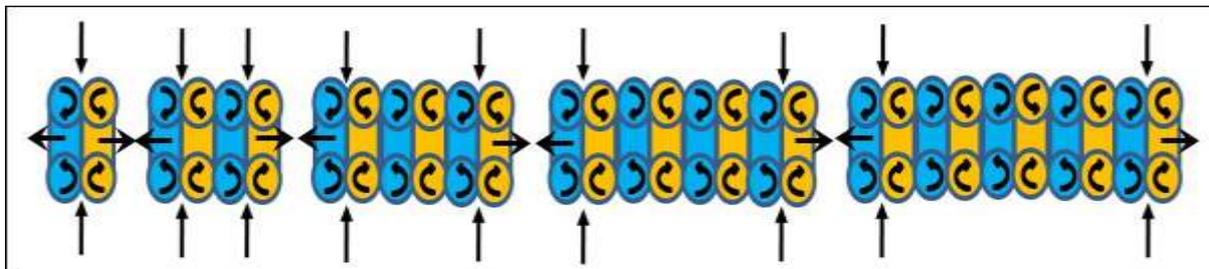
**Рисунок 11-1. Две статические комбинации спаренных колец (вид с боку и с торца)**

В обеих комбинациях самоиндуцированные скорости составляющих вихревых колец имеют противоположное направление, поэтому суммарные общие самоиндуцированные скорости спаренных комбинаций равны нулю. Они могут двигаться в пространстве только под воздействием внешних сил. В отрицательной комбинации среда выдувается наружу с обеих сторон внутреннего отверстия и вдоль экваториальной плоскости втягивается вовнутрь. В положительной комбинации наоборот, среда втягивается вовнутрь комбинации с обеих сторон внутреннего отверстия и выдувается наружу вдоль экваториальной плоскости.



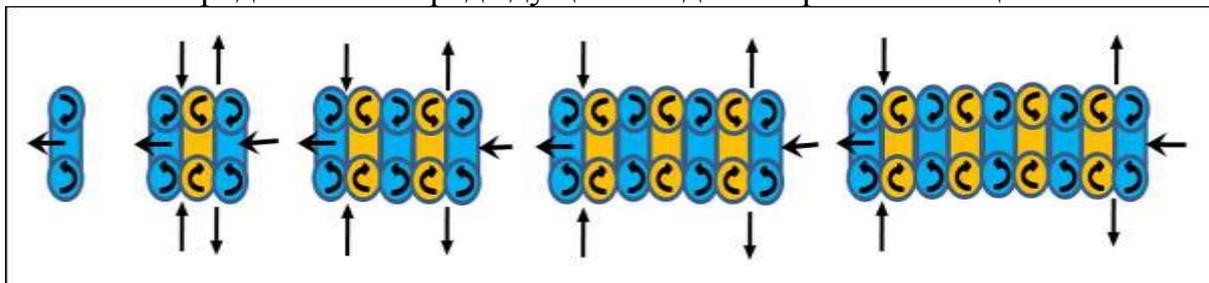
**Рисунок 11-2. Ряд положительных комбинаций винтовых колец**

Обе комбинации являются родоначальниками двух рядов статических линейных комбинаций с чётным количеством колец. Каждый член имеет свойства родоначальника ряда, у всех нулевая скорость покоя.



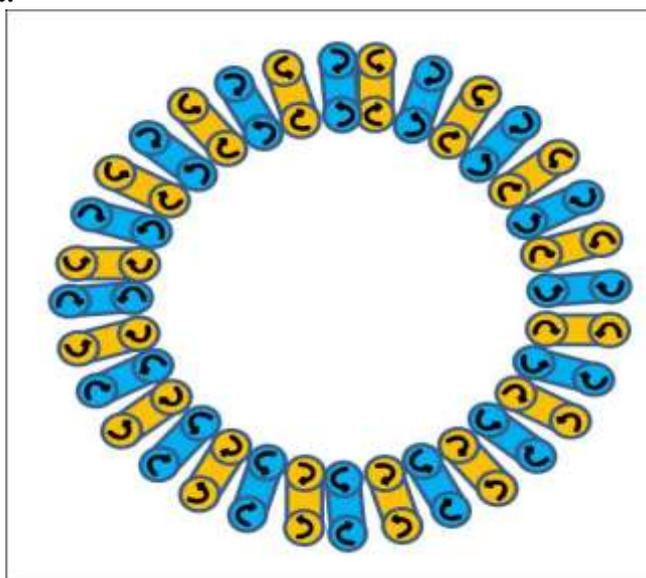
**Рисунок 11-3. Ряд отрицательных комбинаций винтовых колец**

Ещё один ряд линейных комбинаций вихревых колец можно построить, если в каком-либо из предыдущих рядов у всех членов ряда удалить одно винтовое кольцо. Каждый член ряда имеет свойства винтового кольца, все обладают самоиндуцированной скоростью. Во всех трёх рядах каждый новый член ряда больше предыдущего на два вихревых кольца.



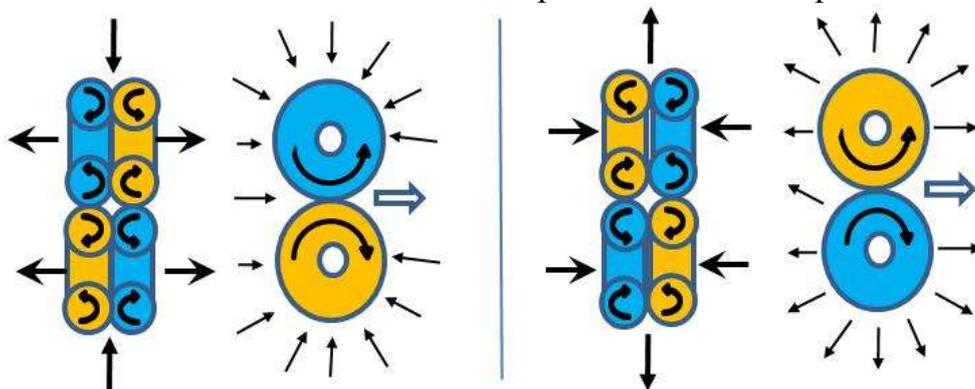
**Рисунок 11-4. Ряд винтовых комбинаций с самоиндуцированной скоростью**

Линейная конфигурация с большим количеством винтовых колец является аналогом механической пружины. Она способна изгибаться в результате внешнего воздействия и возвращаться в линейное состояние после прекращения внешнего воздействия. Но если по каким-либо причинам соприкоснутся концы линейной конфигурации с чётным количеством винтовых колец, то образуется принципиально новая замкнутая конфигурация в форме бублика, обладающая свойствами обыкновенного вихревого кольца.



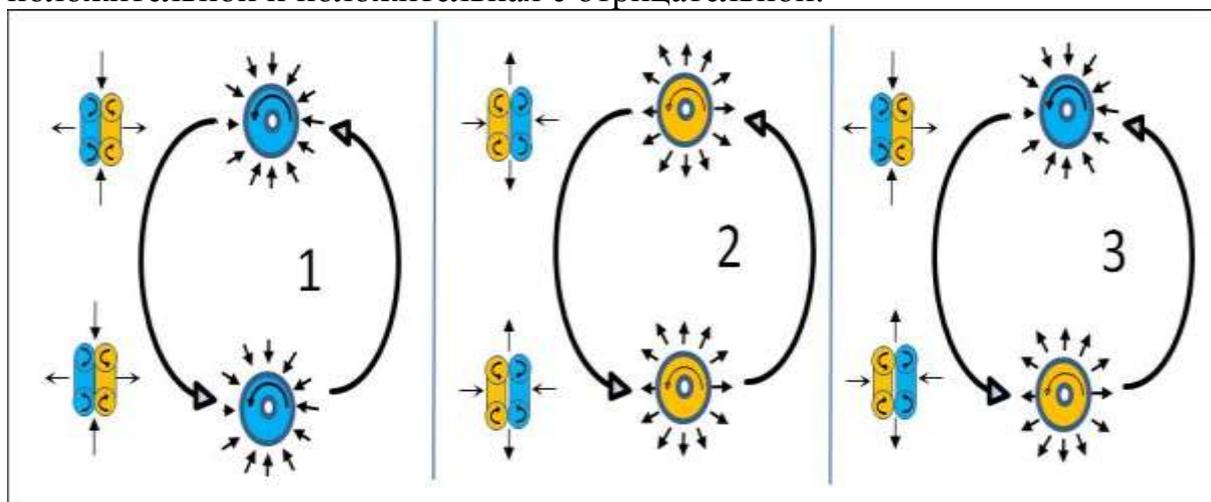
**Рисунок 11-5. Замкнутый ряд из чётного количества винтовых колец**

Винтовые вихревые кольца одновременно имеют свойства и обыкновенных вихревых колец и линейных вихрей. Поэтому, если две линейные комбинации с произвольным количеством колец разместить параллельно в непосредственной близости, то они притянутся друг к другу и слипнутся одинаково направленными кольцами с противоположным направлением вращения. В месте каждого слипания должны совпадать направления и тороидального и кольцевого вращения. Двухвинтовые линейные комбинации могут слипаться рёбрами только двумя способами: положительные с положительными и отрицательные с отрицательными.



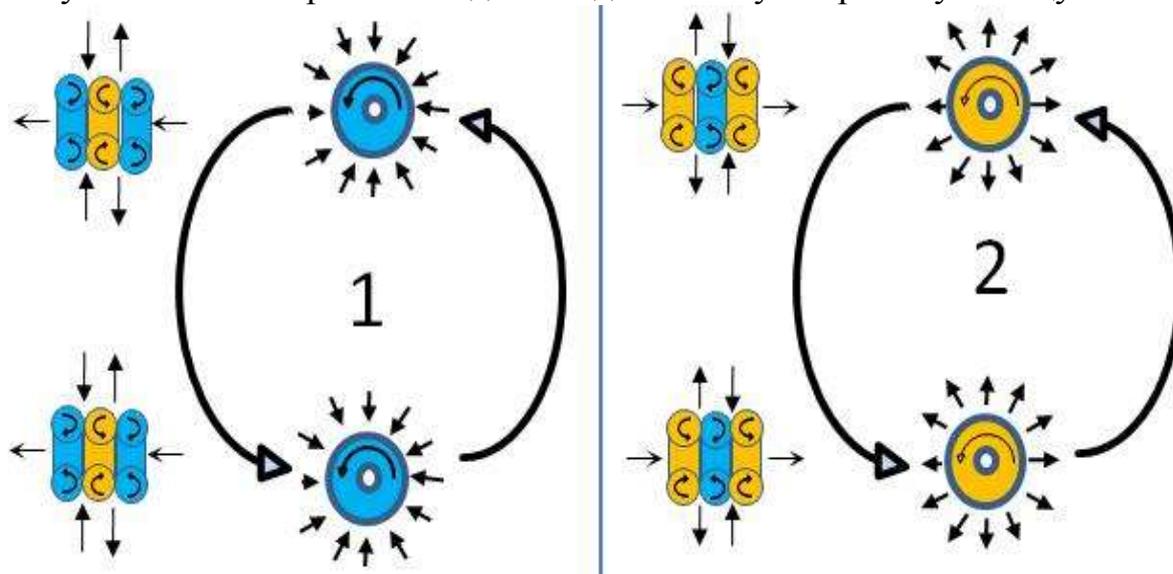
**Рисунок 11-6. Варианты слипания рёбрами спаренных винтовых колец (вид с боку в разрезе и с торца)**

Если винтовые вихревые кольца с одинаковым направлением кольцевого вращения находятся в одной плоскости, то, как линейные вихри, они должны вращаться вокруг общего центра тяжести на некотором расстоянии друг от друга, при установившемся балансе между силами притяжения и силами отталкивания. Одиночные винтовые кольца в таком положении находиться не могут и сразу начинают либо поворачиваться друг к другу, либо отворачиваться друг от друга. Другое дело, если взаимодействуют линейные комбинации. Линейные комбинации из двух и более чётного количества колец могут взаимодействовать тремя способами: отрицательная с отрицательной, положительная с положительной и положительная с отрицательной.



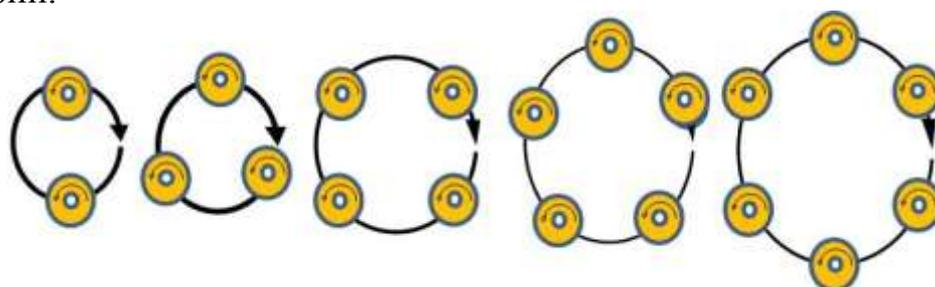
**Рисунок 11-7. Три варианта взаимодействия двухкольцевых линейных комбинаций с одним направлением вращения**

Линейные комбинации из трех и более нечётного количества колец могли бы взаимодействовать двумя способами: правовинтовая с правовинтовой, левовинтовая с левовинтовой. Главная особенность таких комбинаций: кроме вращения вокруг центра симметрии они обладают ещё и поступательной скоростью подобно одиночному вихревому кольцу.



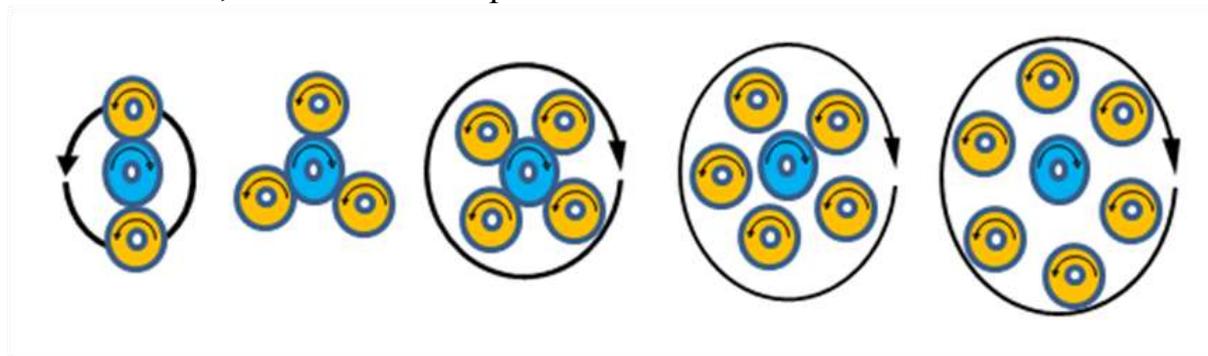
**Рисунок 11-8. Варианты взаимодействия трёхкольцевых линейных комбинаций**

При взаимодействии однополярных линейных комбинаций тороидальные вращения создают общий поток между противостоящими кольцами, а кольцевые вращения направлены навстречу и создают силы отталкивания. При взаимодействии разнополярных линейных комбинаций направлены навстречу друг другу уже и кольцевое и тороидальное вращение противостоящих колец, поэтому силы отталкивания в данном случае ещё больше. Соответственно, больше и расстояние между комбинациями с установившимся балансом между силами отталкивания и силами притяжения. Поэтому, если во взаимодействии участвуют три и более линейных комбинаций, то статические конфигурации проще всего составить только из однополярных комбинаций. Все такие комбинации будут вращаться вокруг центра симметрии. То же самое будет, если линейные комбинации будут состоять из любого одинакового количества колец. Если количество колец в линейных комбинациях нечётное, то вся система будет ещё иметь и поступательное движение вдоль оси симметрии.



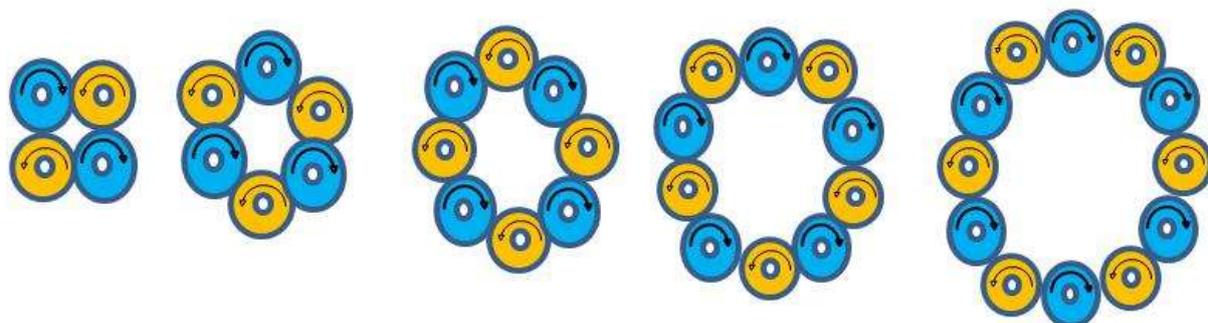
**Рисунок 11-9. Правильные многоугольники из линейных комбинаций винтовых колец**

Формально более статичны правильные многоугольники будут в том случае, если в центре симметрии расположить линейную комбинацию той же полярности, но с противоположным направлением вращения. Расстояние между внешними линейными комбинациями уменьшится по причине появления сил притяжения к центру, а при  $N < 6$  они слипнутся с центром. Так же, как и при взаимодействии линейных вихрей, если интенсивность центрального вихря равна интенсивности вихрей в многоугольнике, то при  $N > 3$  вихревые многоугольники вращаются в прежнем направлении, при  $N = 3$  многоугольник покоится, а при  $N = 2$  конфигурация вихрей в виде пропеллера начинает вращаться в противоположном направлении. Конфигурация в виде пропеллера ( $N = 2$ ) единственная, в которой внешние линейные комбинации не отталкиваются друг от друга. Здесь силы отталкивания полностью экранируются центральной линейной комбинацией. Но чем больше  $N$ , тем больше сила отталкивания, тем меньше энергия связи.



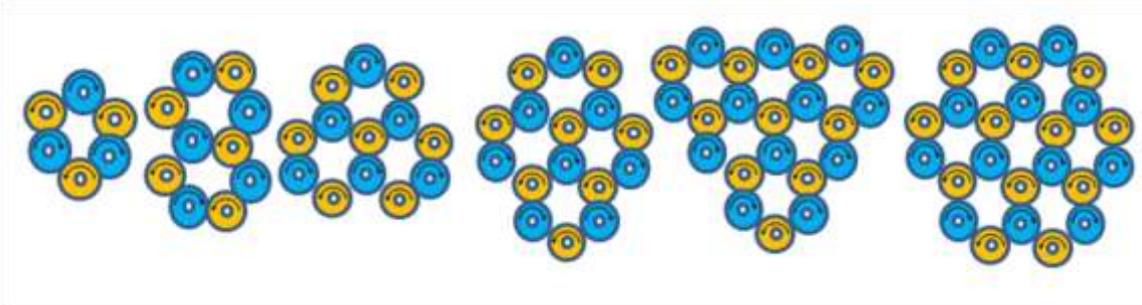
**Рисунок 11-10. Правильные многоугольники из линейных комбинаций с центральной вихревой комбинацией**

Более устойчивы правильные вихревые многоугольники с чётным количеством линейных комбинаций, с тесным расположением и чередующимся направлением вращения.



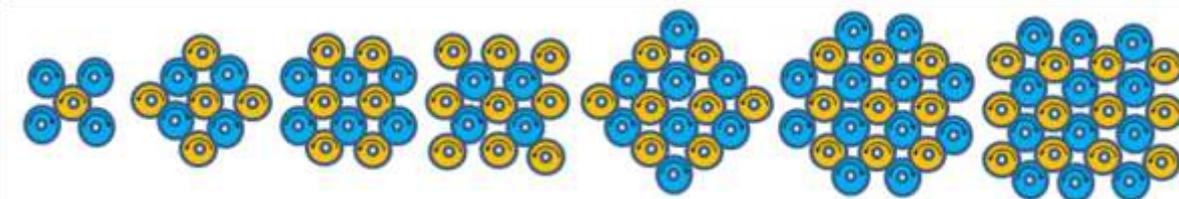
**Рисунок 11-11. Правильные многоугольники из линейных комбинаций с чередующимся направлением вращения**

На рисунке выше каждая линейная комбинация притягивается одновременно к двум соседним. Конфигурации будут крепче, если одна линейная комбинация притягивается одновременно к трём соседним. На таком принципе можно построить новый ряд конфигураций, где внешние вихри связаны с двумя соседними вихрями, а все внутренние вихри связаны уже с тремя.



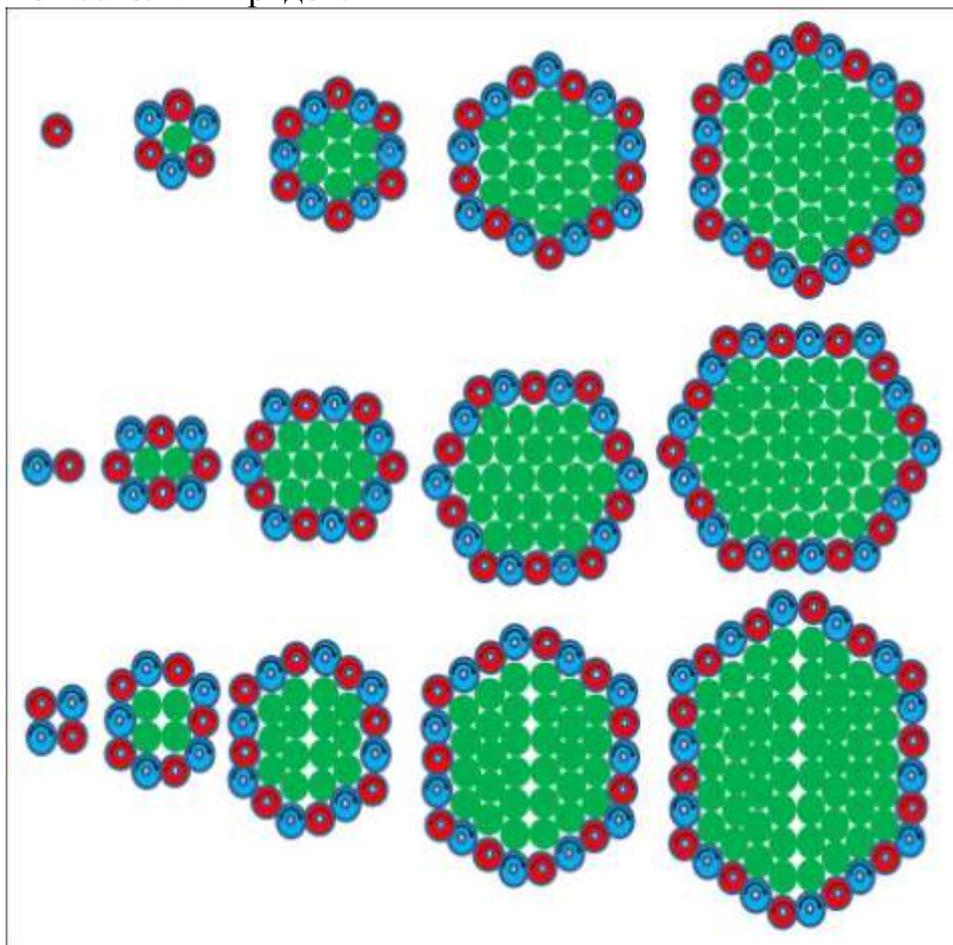
**Рисунок 11-12. Ряд конфигураций с тройными связями внутренних линейных комбинаций**

В особый подкласс можно выделить конфигурации, в которых внешние линейные комбинации связаны с двумя или тремя соседними, а каждая внутренняя линейная комбинация связана с четырьмя соседними.



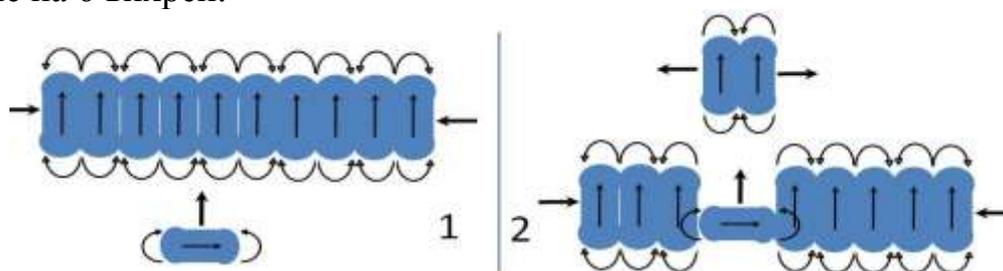
**Рисунок 11-13. Ряд конфигураций линейных комбинаций с четырьмя связями внутри**

Ещё один подкласс многоугольных комбинаций максимальной плотности состоит из нескольких рядов.



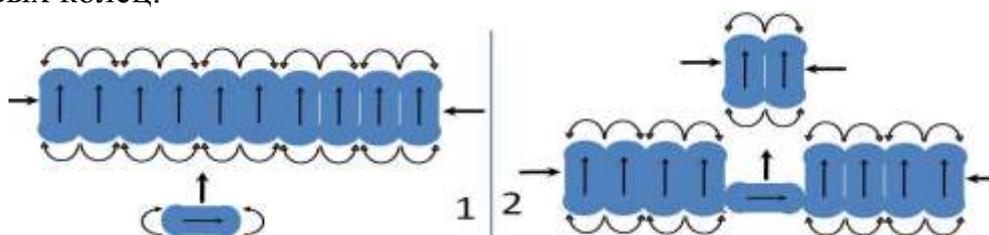
**Рисунок 11-14. Многоугольные конфигурации линейных комбинаций максимальной плотности**

Ядром каждого последующего члена ряда является предыдущая конфигурация. Это ядро обволакивает новая оболочка из чётного количества вихрей с чередующейся полярностью, тесно прижатых друг к другу. Начальным ядром в первом ряду является один вихрь. Первая оболочка состоит из 6 вихрей, а каждая последующая больше на 6 вихрей. Так как в каждой оболочке полярность вихрей чередуется, то суммарный момент вращения оболочки нулевой. Момент вращения всей конфигурации равен моменту вращения центрального вихря. Чтобы выделить последнюю оболочку, все вихри внутренних оболочек закрашены зелёным цветом. Начальным ядром во втором ряду является пара вихрей. Первая оболочка состоит из 8 вихрей, а каждая последующая больше на 6 вихрей. Начальным ядром в третьем ряду является четвёрка вихрей. Первая оболочка состоит из 10 вихрей, а каждая последующая больше на 6 вихрей.



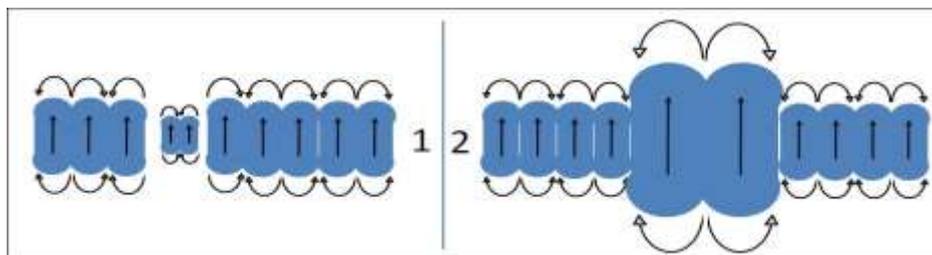
**Рисунок 11-15. Вышибание из линейной комбинации отрицательного дуэта спаренных винтовых колец**

Выше были рассмотрены теоретически возможные статические конфигурации линейных комбинаций винтовых колец одинаковой длины. Теперь рассмотрим устойчивость линейных комбинаций к сильным внешним воздействиям. Представим, что в пространстве вокруг некой линейной комбинации хаотически движутся винтовые вихревые кольца. Если достаточно энергичное винтовое кольцо ударит сбоку по линейной комбинации, то сможет вышибить из кольца сразу пару слипшихся винтовых колец.



**Рисунок 11-16. Вышибание из линейной комбинации положительного дуэта спаренных винтовых колец**

Теоретически возможен другой эффект, когда налетающее винтовое кольцо возбуждает, а не вышибает дуэт спаренных винтовых колец. Энергия возбуждения отрицательного дуэта должна уходить на уменьшение его размеров. Энергия возбуждения положительного дуэта должна уходить на увеличение его размеров. В обоих случаях размеры возбуждённого дуэта перестают совпадать с размерами других колец в линейной комбинации, и линейная комбинация разделяется на части.

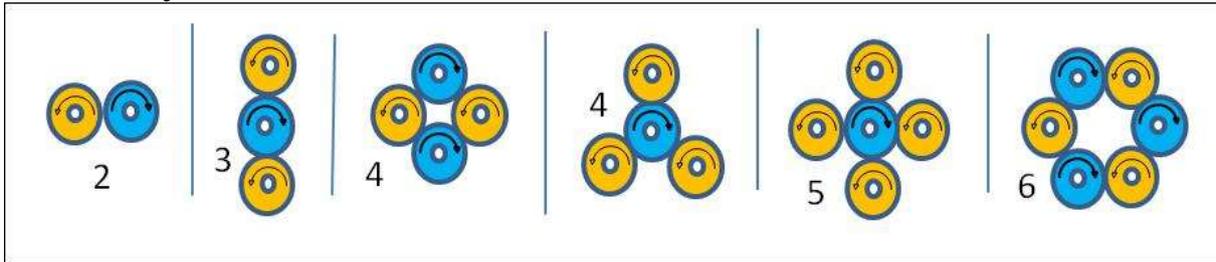


**Рисунок 11-17. Внешнее возбуждение отрицательного и положительного дуэта в линейной конфигурации.**

С одной стороны, как было показано ранее, винтовые кольца с разным направлением кольцевого вращения, движущиеся в одном направлении, разворачиваются друг к другу и слипаются в дуэт спаренных винтовых колец. С другой стороны, самодвижущиеся винтовые кольца вышибают дуэты спаренных винтовых колец из длинных линейных комбинаций. Получается, что в некоем теоретическом пространстве, первоначально заполненном хаотически движущимися калиброванными винтовыми кольцами (одинаковой величины и интенсивности), через определенное время наступит равновесное соотношение между количеством винтовых колец и количеством дуэтов спаренных винтовых колец. Близкое взаимодействие между собой винтовых колец было уже рассмотрено ранее. Они могут слипаться только торцами. При сближении рёбрами, в зависимости от взаиморасположения винтовые кольца либо отворачиваются друг от друга и разлетаются, либо поворачиваются друг к другу и слипаются торцами. Интересной задачей может стать рассмотрение близкого взаимодействия между собой дуэтов. Благодаря особенностям вихревых полей, отрицательные дуэты должны быть намного меньше положительных дуэтов, отчего дуэты разных полярностей неспособны к близкому взаимодействию.

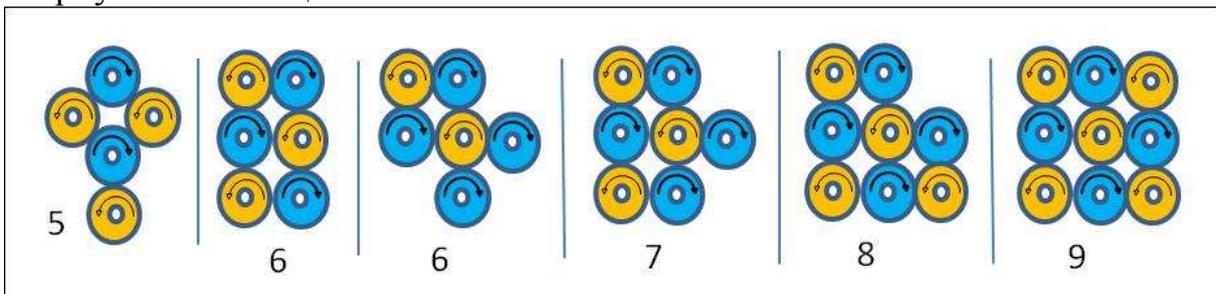
## 12. Статические конфигурации положительных винтовых дуэтов

В данном разделе ограничимся теоретическим рассмотрением взаимодействия положительных дуэтов спаренных винтовых колец, которые по геометрическим размерам намного больше отрицательных дуэтов. Ранее было показано, что они могут взаимодействовать как торцами (слипание окружностями), так и рёбрами (слипание точками). Будем рассматривать рост конфигурации слипшихся дуэтов винтовых колец в условиях интенсивной бомбардировки со всех сторон самодвижущимися винтовыми кольцами.



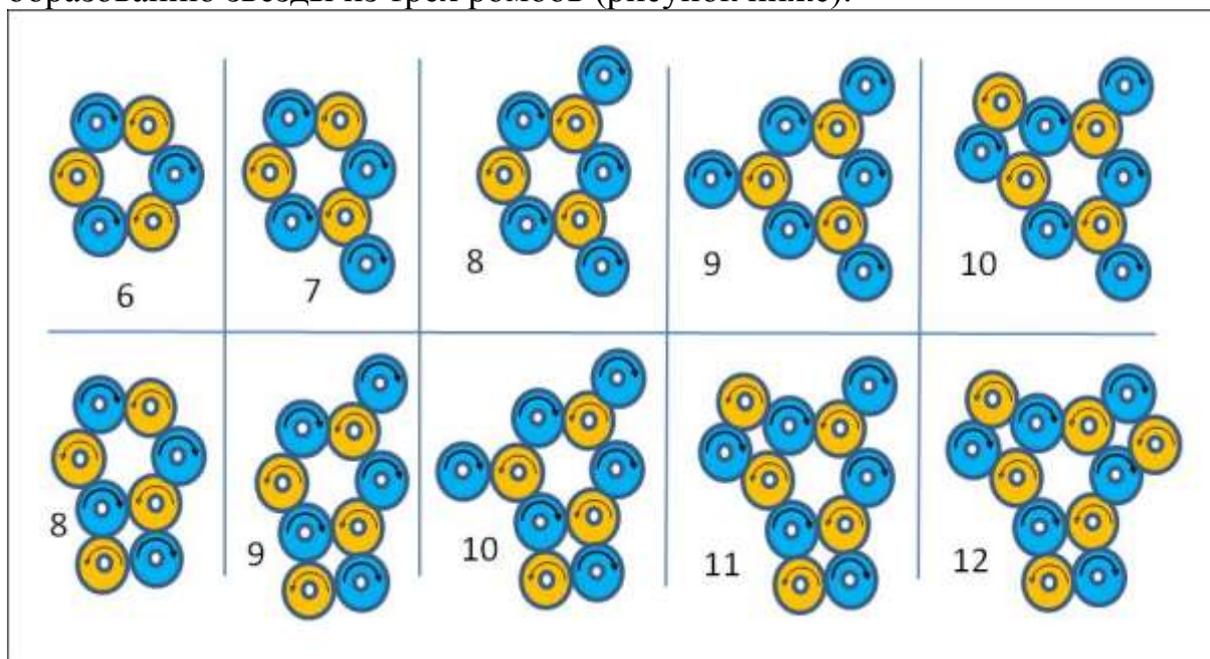
**Рисунок 12-1. Пример ряда начальных конфигураций слипнувшихся рёбрами дуэтов**

На рисунке выше показана начальная последовательность компактного слипания рёбрами по мере возрастания количества дуэтов в комбинации. Конфигурация из двух дуэтов обладает самоиндуцированной скоростью. В линейной комбинации из трёх дуэтов два дуэта вокруг одного вращаются по часовой стрелке. **Линейной конфигурации из четырёх дуэтов, слипшихся рёбрами, быть не может**, так как по причине притяжения друг к другу крайних дуэтов такая комбинация должна сворачиваться в кольцо. В звёздной комбинации из четырёх дуэтов три дуэта вокруг одного не вращаются – по выводам Арефа и Мелешко при одинаковой интенсивности всех вихрей подобная система линейных вихрей находится в покое. В звёздной комбинации из пяти дуэтов четыре дуэта вокруг одного уже вращаются против часовой стрелки. Слипшаяся звёздная комбинация из шести дуэтов маловероятна - по причине преобладания сил отталкивания над силами притяжения пять дуэтов уже не смогут прилипнуть к центральному дуэту и будут вращаться вокруг него на некотором расстоянии. А линейная комбинация из шести дуэтов должна свернуться в кольцо.



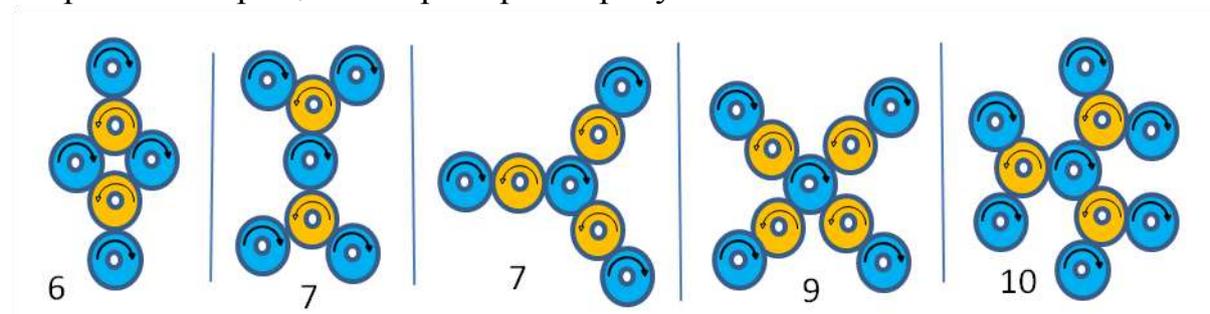
**Рисунок 12-2. Начальный ряд конфигураций максимальной плотности**

Если к звёздной конфигурации из четырёх дуэтов прилипнет ещё один дуэт, то получится такая же конфигурация, как если бы к кольцевой конфигурации из четырёх дуэтов прилип ещё один дуэт (первая конфигурация на рисунке выше). Прилипание ещё одного дуэта с таким же направлением вращения приведёт к построению конфигурации из шести дуэтов решётчатого типа. Последующие четыре конфигурации, изображённые на рисунке выше, образованы последовательным прилипанием дуэтов с одинаковым направлением вращения к звёздной комбинации из пяти дуэтов. Последовательное прилипание четырёх одинаковых дуэтов приводит к образованию конфигурации решётчатого типа из девяти дуэтов. А последовательное прилипание шести дуэтов к свёрнутой в кольцо конфигурации из шести дуэтов приводит к образованию звезды из трёх ромбов (рисунок ниже).



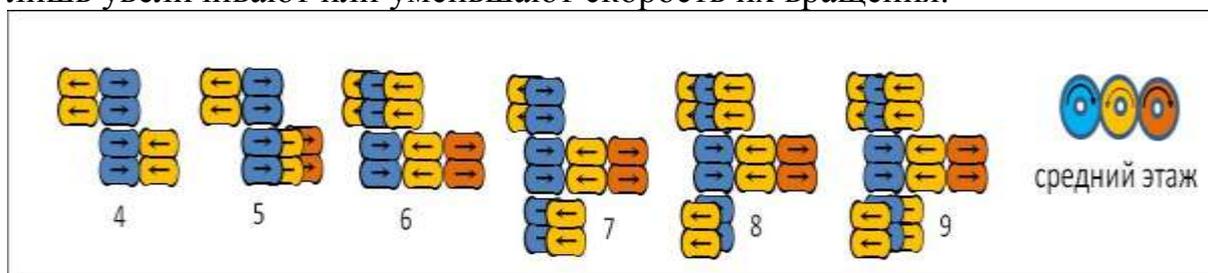
**Рисунок 12-3. Последовательный рост кольца из шести дуэтов**

Если новый дуэт прилипает к конфигурации рядом с дуэтом противоположного направления вращения, то между этими дуэтами возникают силы притяжения, и они слипаются. Слипания не будет происходить, если все торчащие из конфигурации дуэты одинакового направления вращения. Примеры на рисунке ниже.



**Рисунок 12-4. Примеры конфигураций с лучевыми дуэтами одинакового направления вращения**

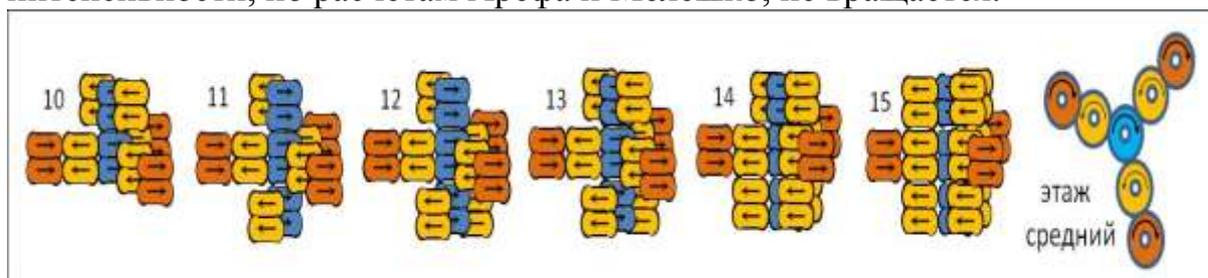
Выше были рассмотрены примеры начального роста размеров плоских конфигураций при слипании винтовых дуэтов рёбрами. Теперь попробуем представить, как бы мог происходить постепенный рост размеров конфигураций при одновременном слипании рёбрами и торцами в условиях непрерывных внешних воздействий. Будем учитывать, что в таких условиях конфигурация дуэтов будет стремиться к объёмной форме сфероида по аналогии с формой капли воды в условиях невесомости. Каждый прилипший торцом к конфигурации новый винтовой дуэт будет родоначальником новой плоской конфигурации, которую будем называть этажом. Будем считать, что **существование одного винтового дуэта на этаже является неустойчивым** – он будет легко вышибаться из комбинации внешними воздействиями. А наличие хотя бы одного вращающегося вокруг него дуэта значительно увеличивает устойчивость конфигурации. Чем больше дуэтов окружают центральный дуэт, тем лучше он защищён от ударов. А внешние воздействия на дуэты окружения лишь увеличивают или уменьшают скорость их вращения.



**Рисунок 12-5. Рост конфигурации со средним этажом в виде однолучевой звезды**

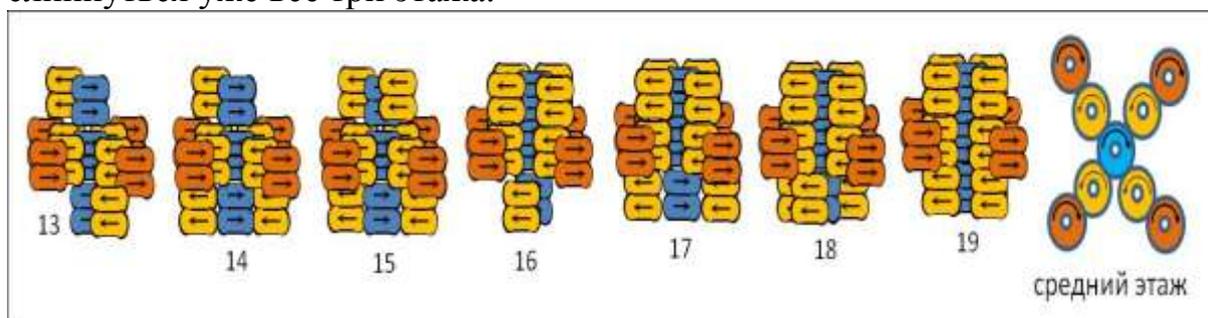
Рассмотрим набор конфигураций, изображённый на рисунке выше. В конфигурации из четырех дуэтов ядром является пара слипшихся торцами синих дуэтов. Конфигурация устойчива, потому что каждый из этих дуэтов защищён от внешних воздействий вращающимся вокруг него жёлтым дуэтом с противоположным направлением вращения. В конфигурации из пяти дуэтов на нижнем этаже находится три дуэта. Если бы этот этаж был изолирован, то тройка дуэтов стала бы вращаться вокруг жёлтого дуэта. Жёлтый дуэт вращаться не может, так как равны действующие на него противоположные силы, сформированные синим и оранжевым дуэтами. Синий дуэт утяжелён прилипшей к нему парой верхнего этажа, поэтому вращаться тоже не может. Не может вращаться и оранжевый дуэт, так как его отталкивает от себя синий дуэт. Таким образом, луч из двух дуэтов, прикрепленный к тяжёлой оси, неподвижен. Конфигурация из шести дуэтов отличается тем, что на верхнем этаже вокруг центрального синего дуэта вместо одного жёлтого дуэта вращаются два. В конфигурациях из 7, 8 и 9 дуэтов уже три этажа. На верхнем и нижнем этажах вокруг центрального синего дуэта вращается от одного до двух жёлтых дуэтов. Средний этаж неизменен. Два таких луча существовать не могут, потому что в одну линию выстраиваются пять дуэтов, четыре из которых в любое время могут свернуться в кольцо. На рисунке ниже изображён набор конфигураций, в которых на центральном этаже неподвижная звезда из

трёх лучей. В конфигурации из 14 дуэтов на нижнем этаже находится уже три жёлтых дуэта. Такая комбинация из вихрей одинаковой интенсивности, по расчётам Арефа и Мелешко, не вращается.



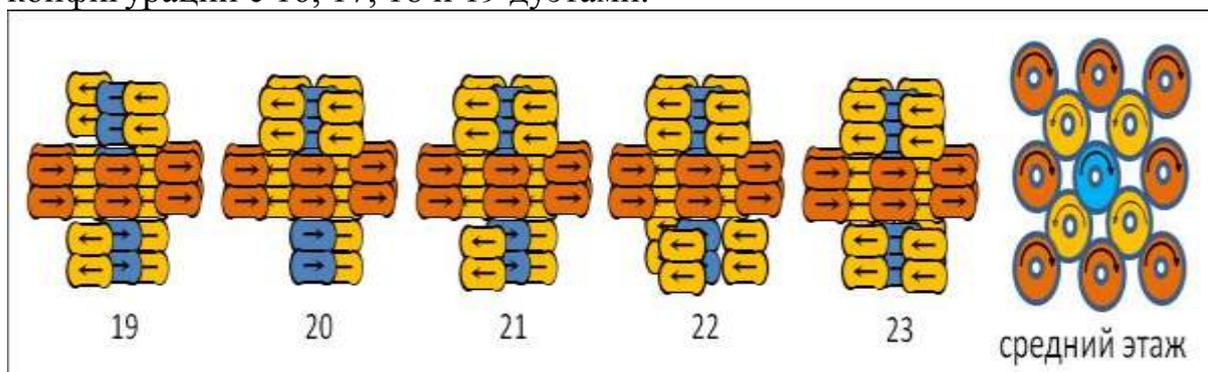
**Рисунок 12-6. Набор конфигураций со средним этажом в виде трёхлучевой звезды**

Три жёлтых дуэта этого этажа могут слипнуться торцами с желтыми дуэтами звезды среднего этажа. В конфигурации из 15 дуэтов могут слипнуться уже все три этажа.



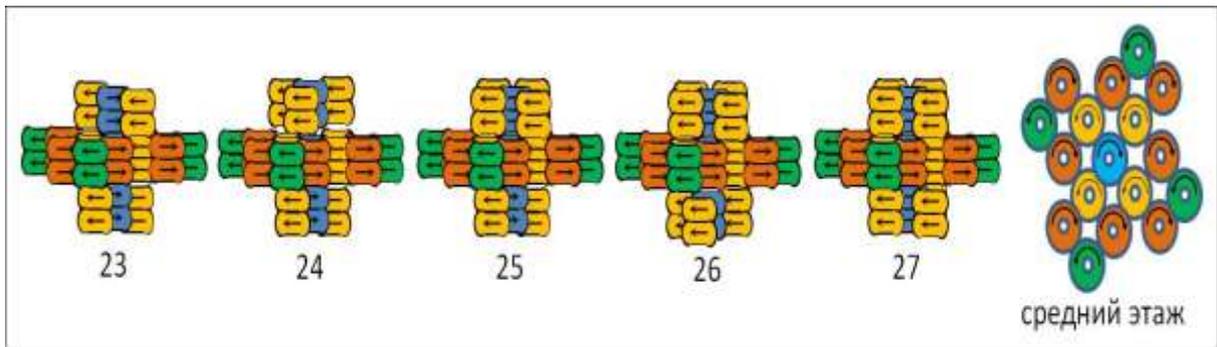
**Рисунок 12-7. Рост конфигурации со средним этажом в виде четырёхлучевой звезды**

На рисунке выше изображён набор конфигураций, в которых на центральном этаже звезда из четырёх лучей. Слипнуться с ней могут только внешние этажи с четырьмя жёлтыми дуэтами. На рисунке это конфигурации с 16, 17, 18 и 19 дуэтами.



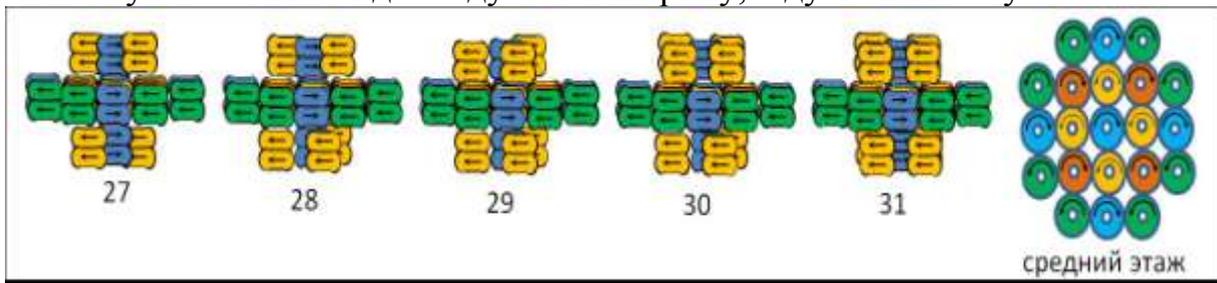
**Рисунок 12-8. Набор конфигураций со средним этажом в виде решётки из 13 элементов**

Такие же процессы будут происходить в наборе конфигураций со средним этажом в виде решётки из 13 элементов, показанном на рисунке выше и в наборе конфигураций со средним этажом в виде решётки из 17 элементов, изображённом на рисунке ниже.



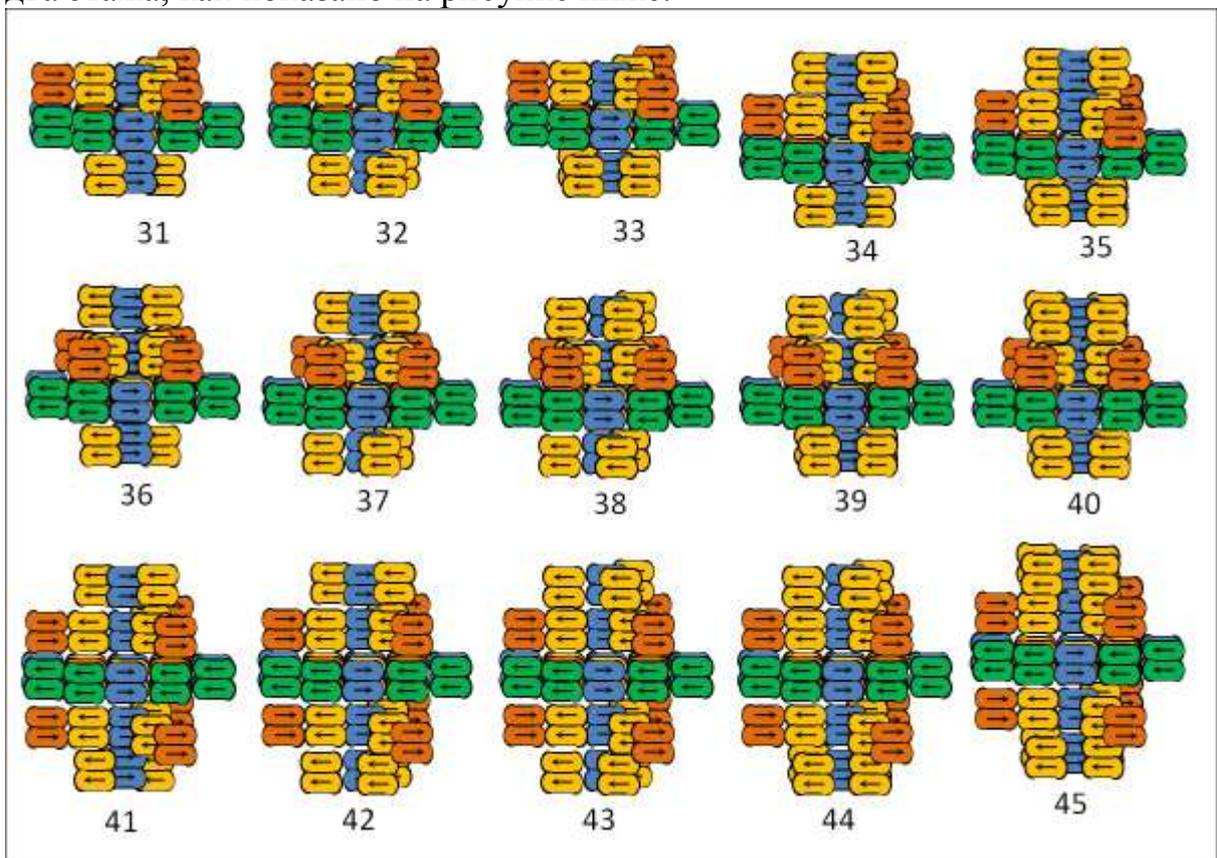
**Рисунок 12-9. Набор конфигураций со средним этажом в виде решётки из 17 элементов**

На рисунке ниже изображен набор конфигураций со средним этажом в виде симметричной решётки из 21 элемента. Их форма подобна форме сплюснутого эллипсоида - 6 дуэтов в ширину, 3 дуэта в высоту.



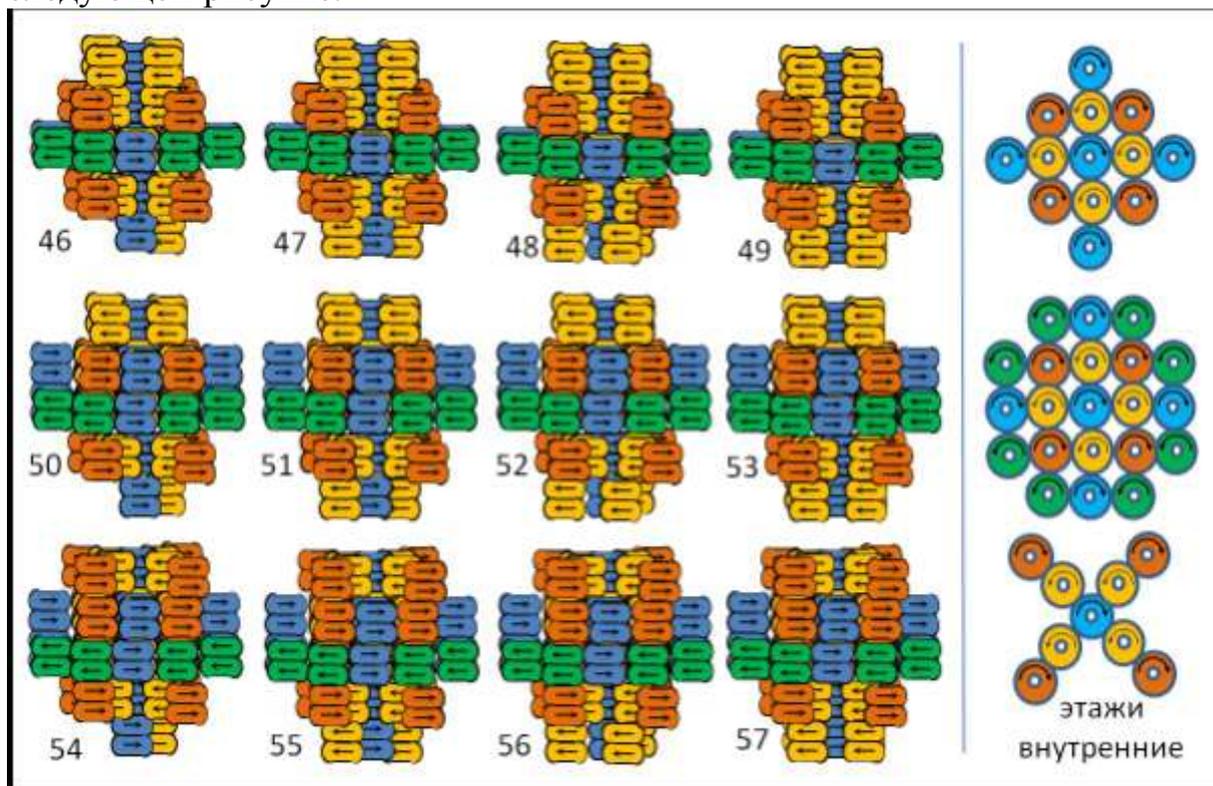
**Рисунок 12-10. Набор конфигураций со средним этажом в виде решётки из 21 элемента**

Чтобы размеры в ширину и в высоту были одинаковы, нужно добавить ещё два этажа, как показано на рисунке ниже.



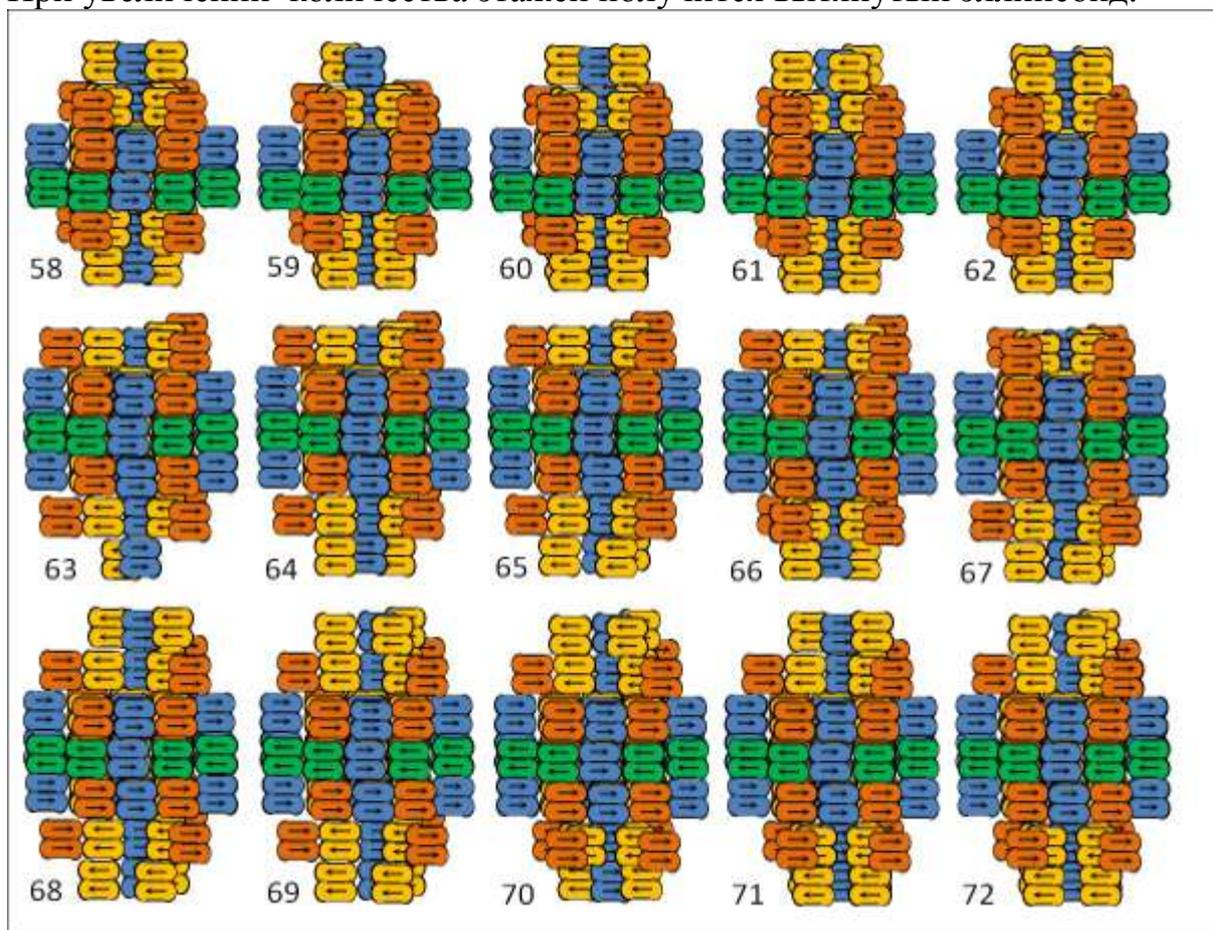
**Рисунок 12-11. Формирование пятиэтажной конфигурации**

А наиболее близка к форме сфероида конфигурация из 49 дуэтов на следующем рисунке.



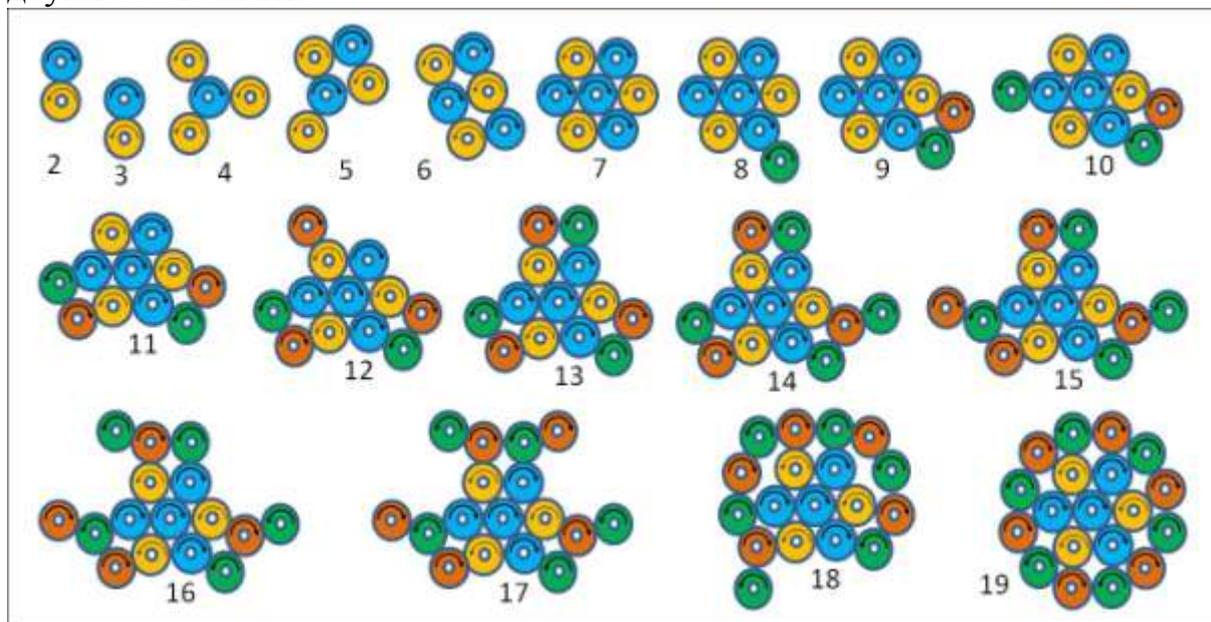
**Рисунок 12-12. Набор пятиэтажных конфигураций**

При увеличении количества этажей получится вытянутый эллипсоид.



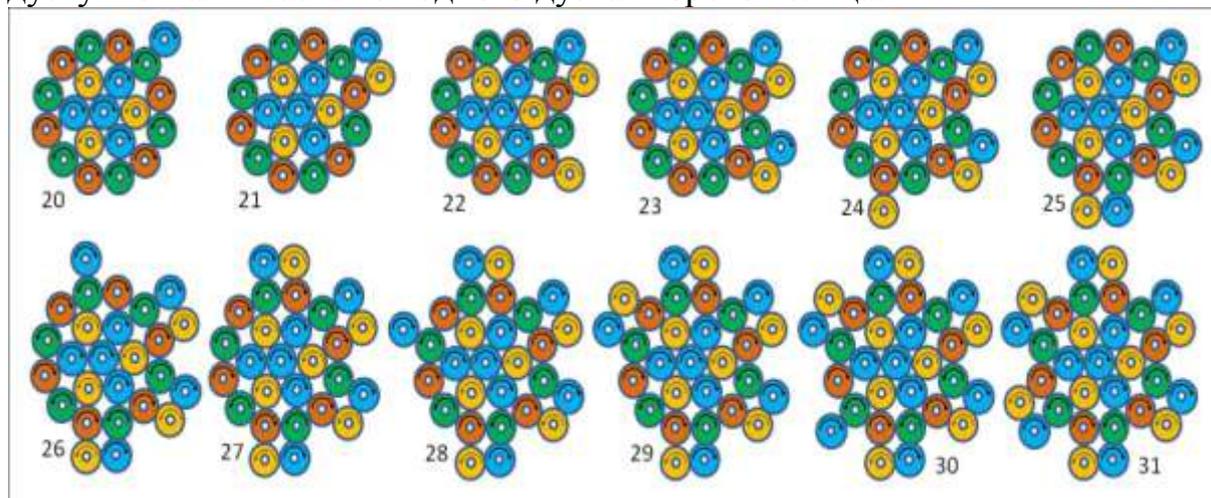
**Рисунок 12-13. Формирование семиэтажной конфигурации**

Выше был рассмотрен пример постепенного слипания винтовых дуэтов в объёмные конфигурации решётчатого типа. Теперь покажем возможный способ постепенного слипания винтовых дуэтов в объёмные конфигурации оболочечного типа (опять в условиях непрерывных внешних воздействий). Принцип тот же – конфигурации должны стремиться к объёмной форме сфероида по аналогии с формой капли воды в условиях невесомости. На рисунке ниже показан пример формирования плоской конфигурации с двумя оболочками.



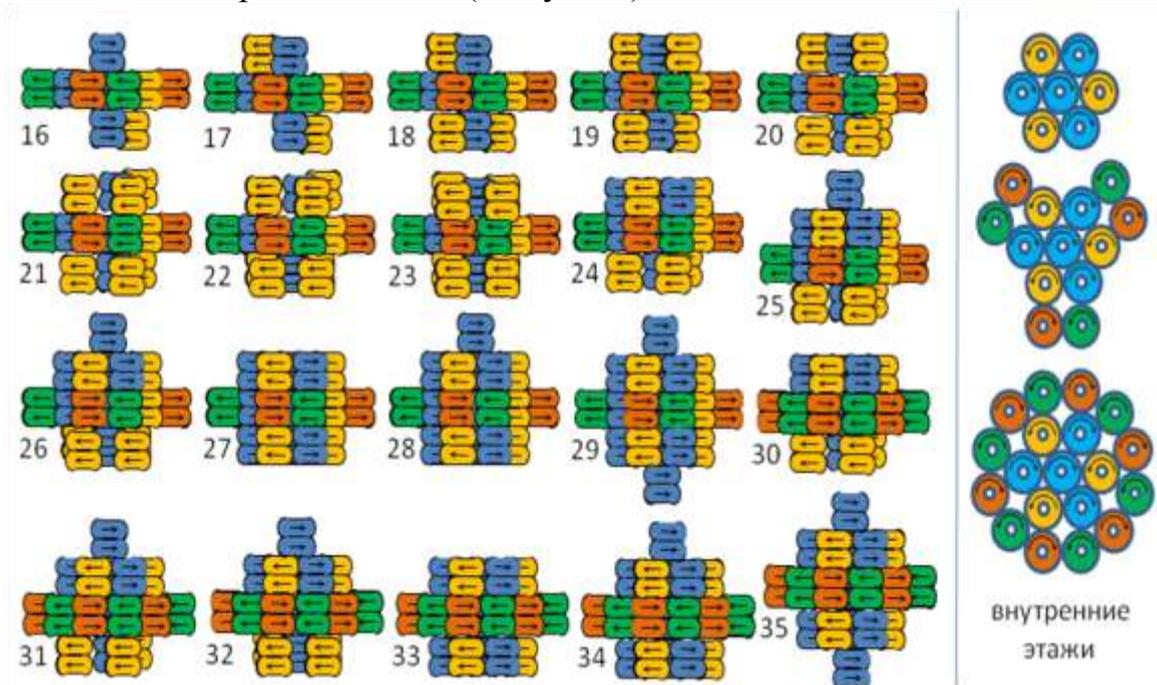
**Рисунок 12-14. Формирование плоской конфигурации с двумя оболочками**

Первая круговая оболочка в виде кольца из шести дуэтов окружает один дуэт. Состояние дуэта внутри оболочки нейтральное – он одновременно притягивается к трём дуэтам и отталкивается от трёх дуэтов. Вторая круговая оболочка из 12 дуэтов формируется вокруг первой оболочки. Состояние первой оболочки внутри второй оболочки тоже нейтральное – каждый дуэт первой оболочки одновременно притягивается к одному дуэту и отталкивается от одного дуэта второго кольца.



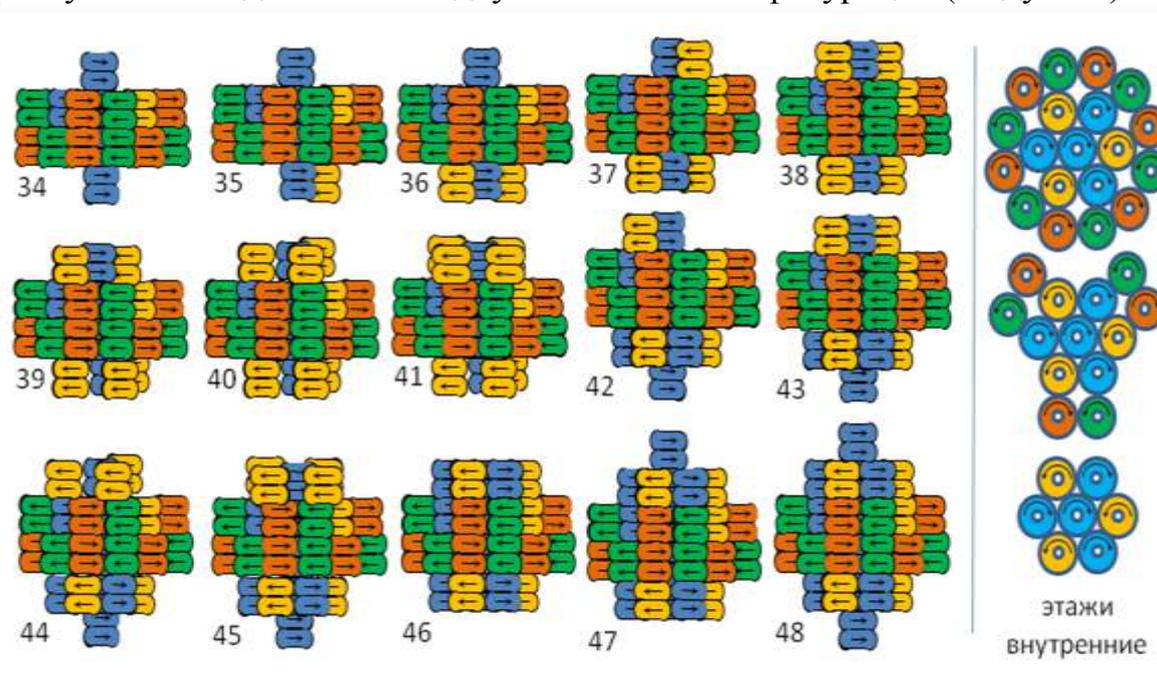
**Рисунок 12-15. Формирование плоской шестилучевой звезды**

Промежуточными конфигурациями между круговыми оболочками являются конфигурации звёздного типа. Из 13 дуэтов формируется трёхлучевая звезда. Из 31 дуэта формируется шестилучевая звезда (рисунок выше). На рисунке ниже показано формирование объёмной конфигурации с трёхлучевой звездой внутри (29 дуэтов) и с двумя оболочками на среднем этаже (35 дуэтов).



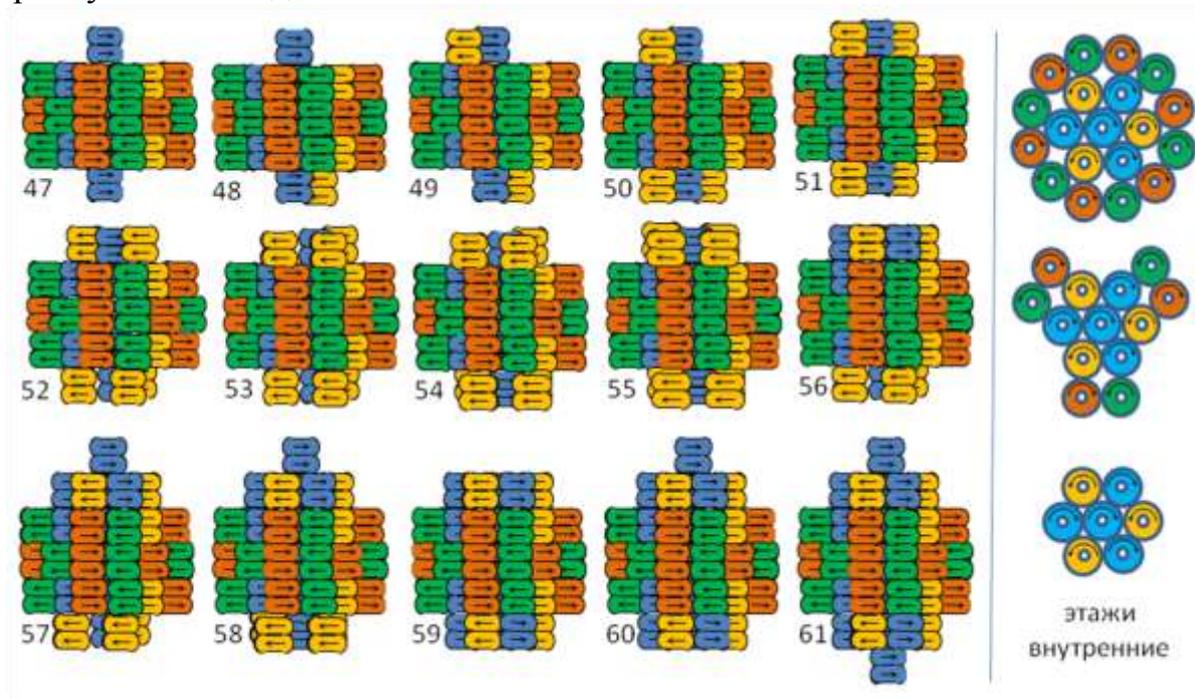
**Рисунок 12-16. Формирование объёмной конфигурации из 35 дуэтов**

На следующем рисунке показано формирование объёмной конфигурации, в которой на средних этажах уже одновременно присутствуют и трёхлучевая звезда и плоская двухоболочная конфигурация (48 дуэтов).



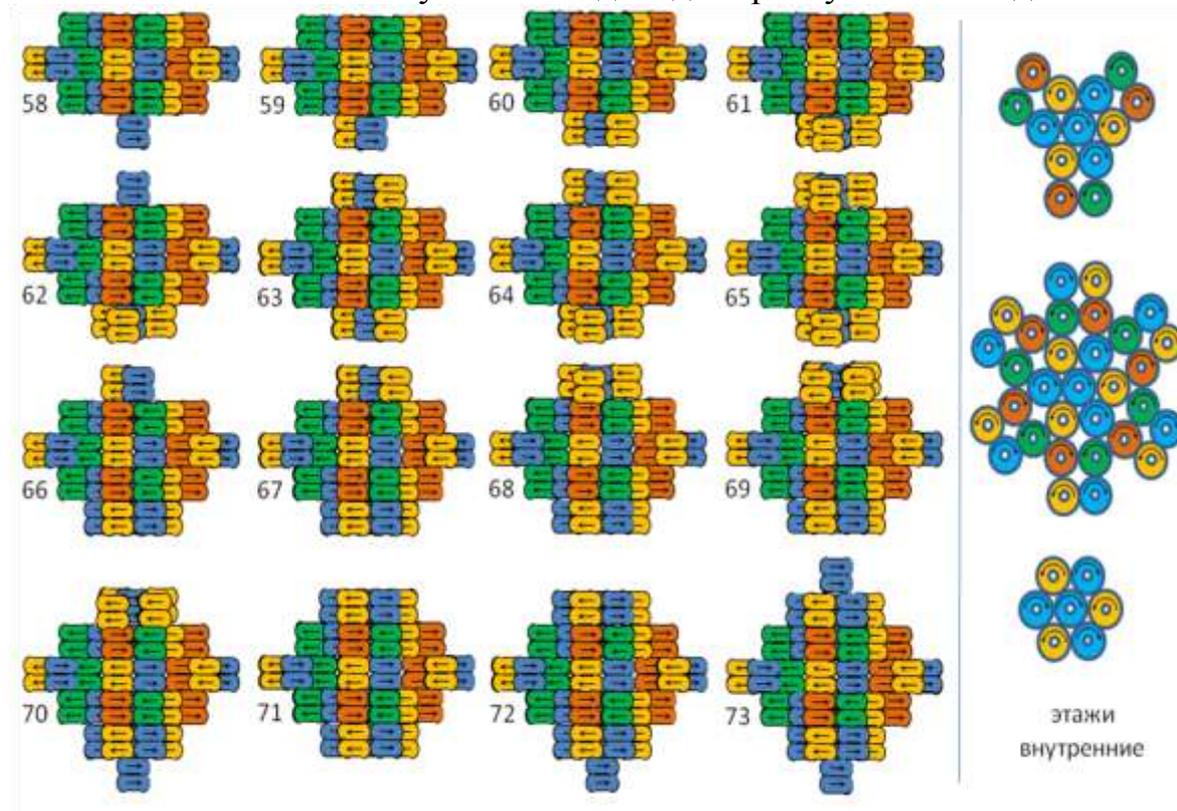
**Рисунок 12-17. Формирование объёмной конфигурации из 48 дуэтов**

А набор конфигураций из 47-61 дуэтов (рисунок ниже) отличается от набора конфигураций из 34-48 дуэтов присутствием дополнительной трёхлучевой звезды.



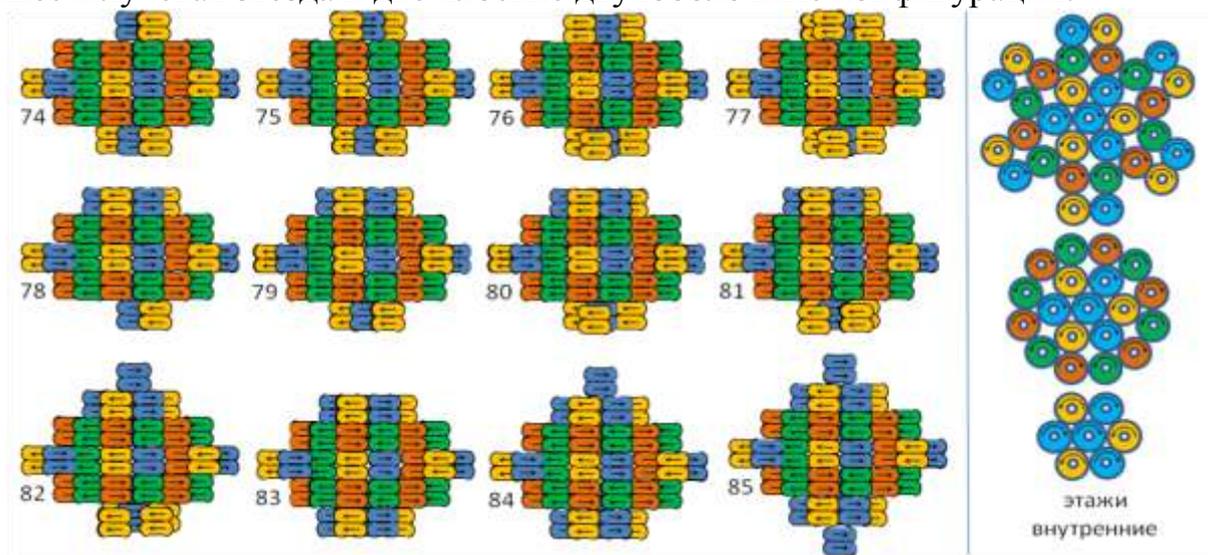
**Рисунок 12-18. Формирование объёмной конфигурации из 61 дуэта**

В следующем наборе конфигураций из 58-73 дуэтов центральными этажами являются шестилучевая звезда и две трёхлучевых звезды.



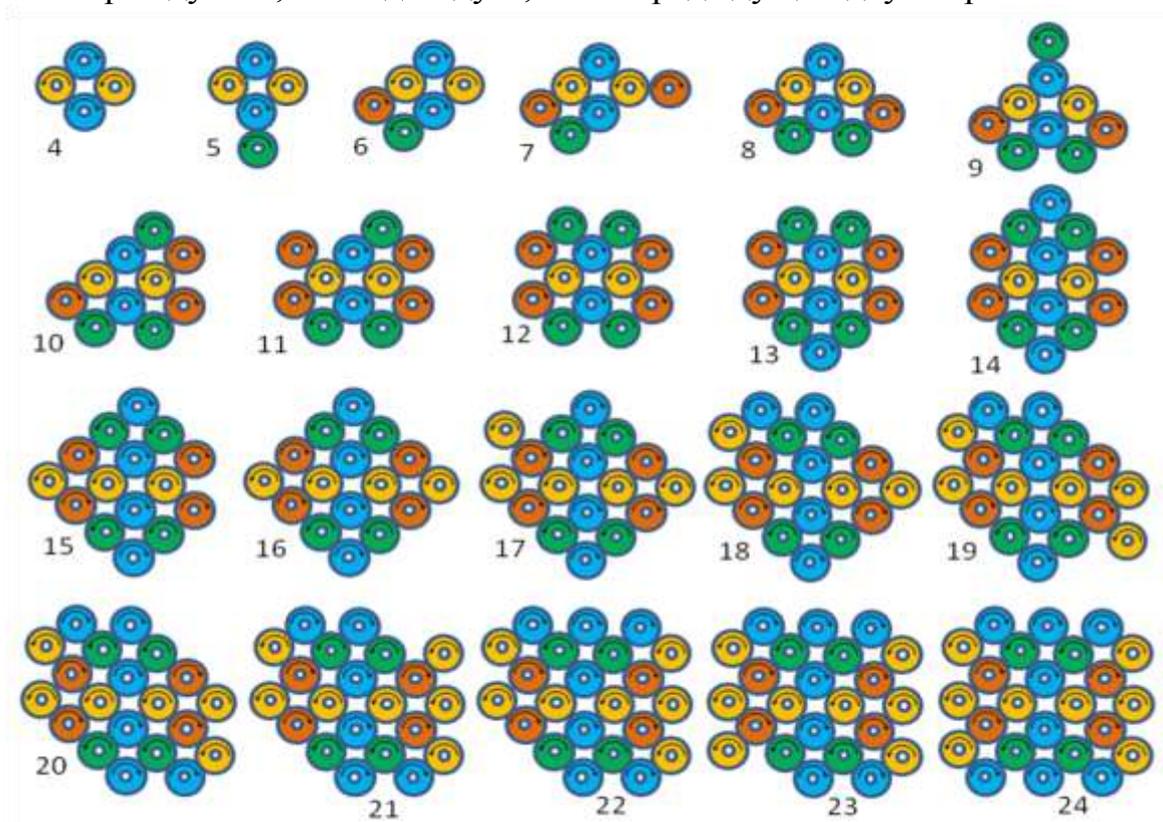
**Рисунок 12-19. Формирование объёмной конфигурации из 73 дуэтов**

В наборе конфигураций из 74-85 дуэтов центральными этажами являются шестилучевая звезда и две плоские двухоболочные конфигурации.



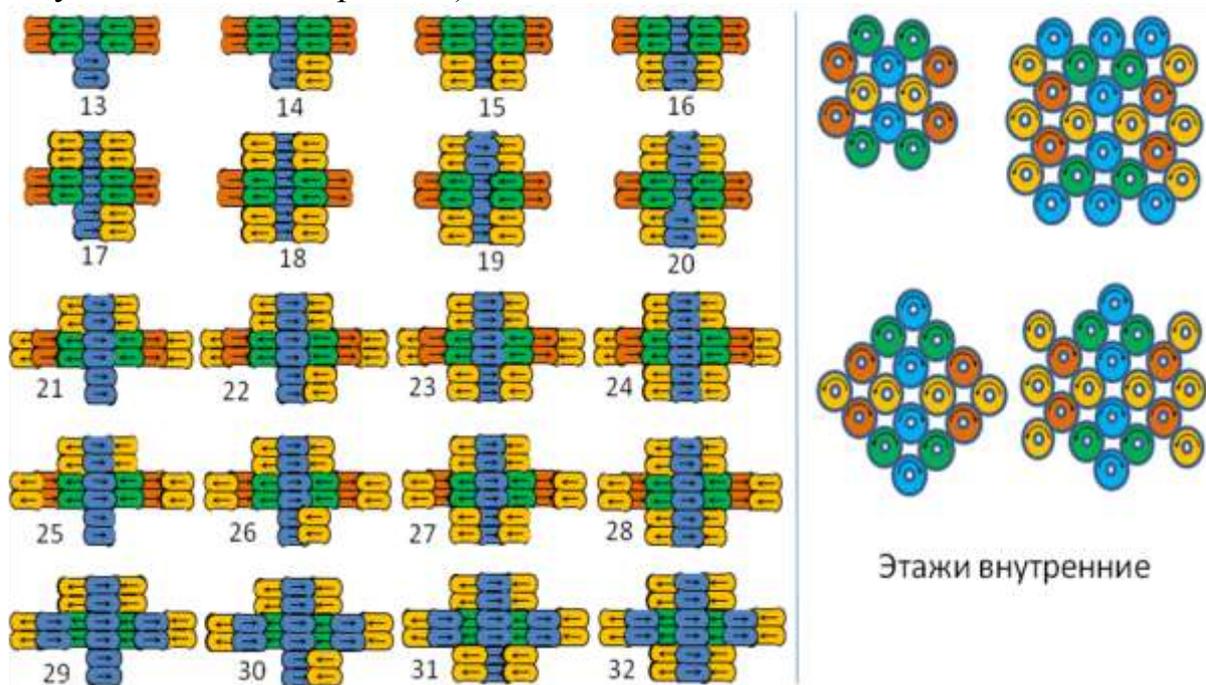
**Рисунок 12-20. Формирование объёмной конфигурации из 85 дуэтов**

Были рассмотрены примеры постепенного слипания винтовых дуэтов в объёмные конфигурации решётчатого и оболочечного типа в условиях непрерывных внешних воздействий, при которых форма конфигураций стремится приблизиться к форме сферы. В обоих случаях осью симметрии являлся центральный вертикальный столбик из дуэтонов. Теоретически возможен ещё один вариант слипания, когда в центре любого этажа ромб из четырёх дуэтов, а не один дуэт, как в предыдущих двух вариантах.

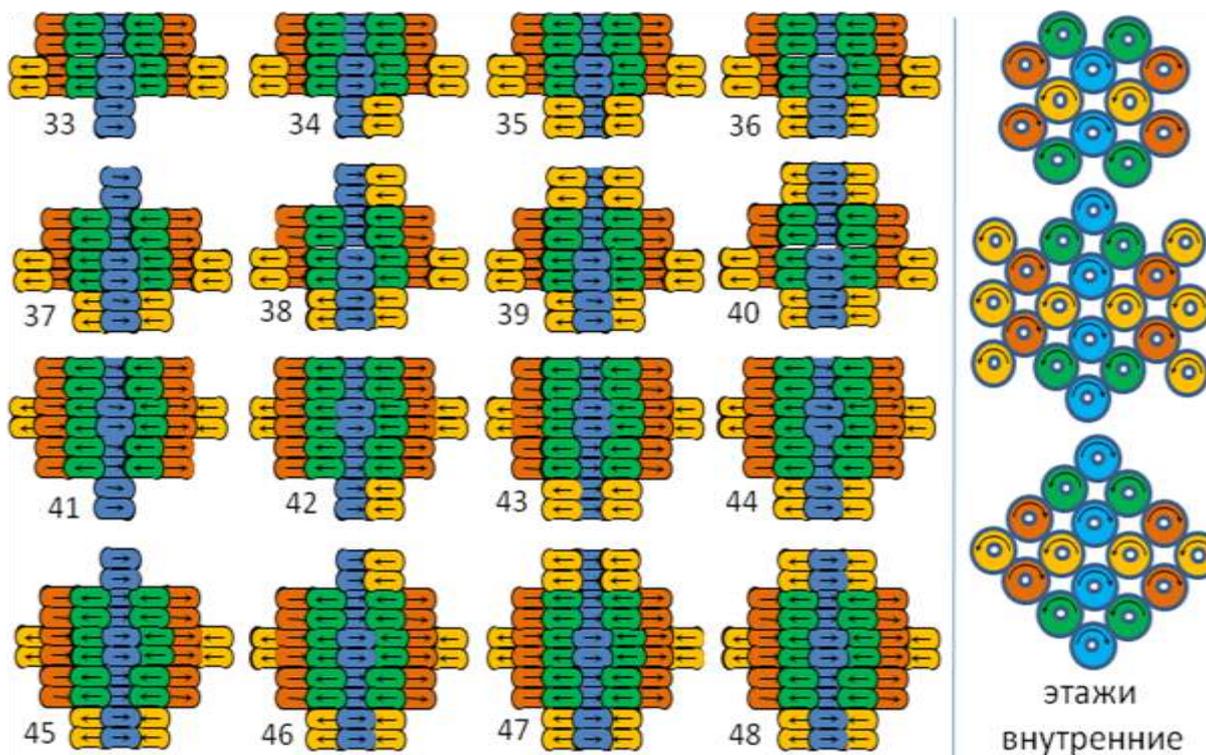


**Рисунок 12-21. Плоские конфигурации с ромбом в центре**

Минимальным полностью заполненным этажом является ромб из четырех дуэтов. Если, как и ранее, использовать только полностью заполненные внутренние этажи и заполнять только два внешних этажа, то возможны девять различных конфигураций с одинаковым внутренним ядром (по четыре конфигурации при росте ромба на каждом этаже плюс полное отсутствие внешних ромбов).



**Рисунок 12-22. Рост трёхэтажных конфигураций с центральным ромбом**



**Рисунок 12-23. Набор конфигураций из 33-48 дуэтов**

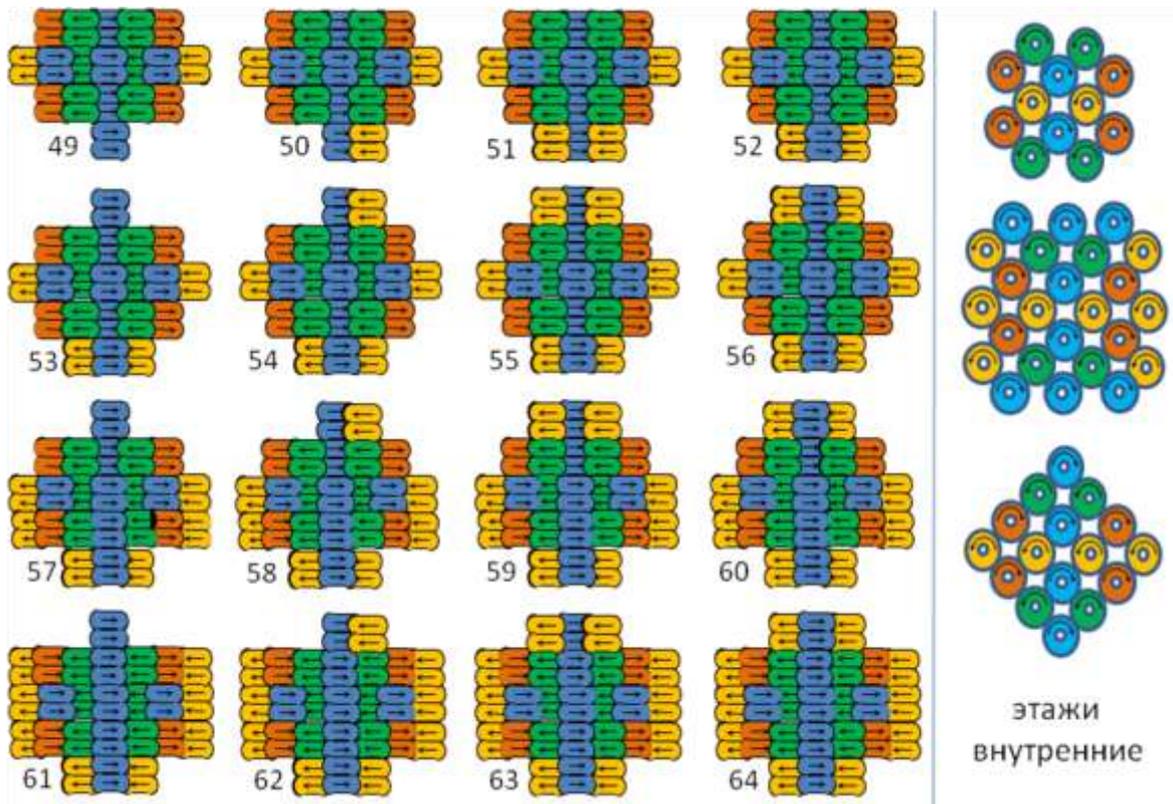


Рисунок 12-24. Набор конфигураций из 49-64 дуэтов

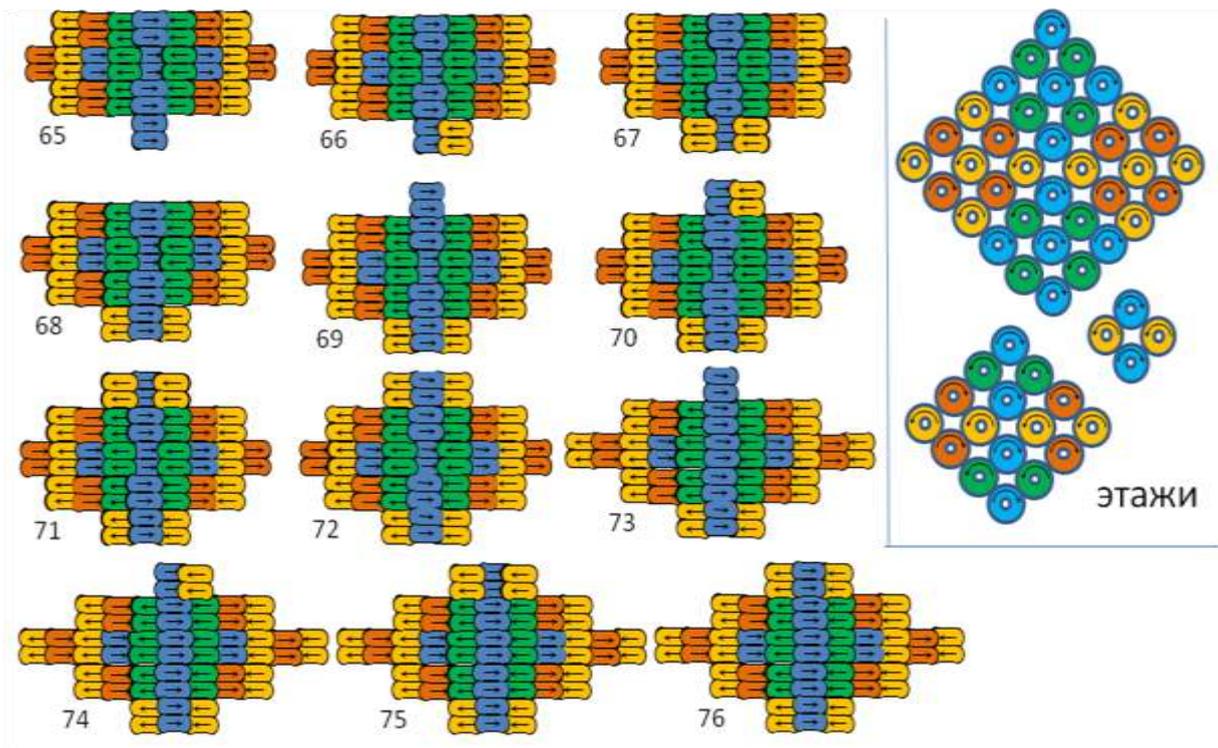
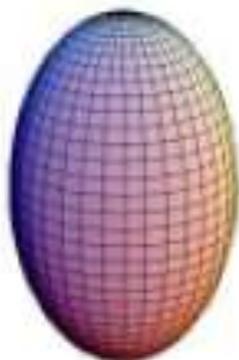


Рисунок 12-25. Набор конфигураций из 65-76 дуэтов

### 13. Фигуры равновесия небесных тел

К 150-летию А.М. Ляпунова Константин Холшевников написал статью «О фигурах равновесия небесных тел». В ней он пишет, что Ляпунов был истинным математиком, не терпевшим малейшей нестрогости рассуждений. Основным делом своей жизни, своей первой и последней научной любовью он считал теорию фигур равновесия небесных тел. Из пяти томов академического собрания сочинений А.М. Ляпунова три посвящены ей, включая магистерскую диссертацию «Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости» и изданный посмертно труд «О некоторых рядах фигур равновесия неоднородной вращающейся жидкости». Эта тема имеет прямое отношение к астрономии, геодезии, геофизике. Ещё в XVII веке Р.Декарт высказывает гипотезу о вихревой природе всех движений, по которой планеты должны вращаться и принимать форму, близкую к шару, но при быстром вращении должны походить на вытянутые эллипсоиды вращения.



**Рисунок 13-1. Вытянутый эллипсоид вращения**

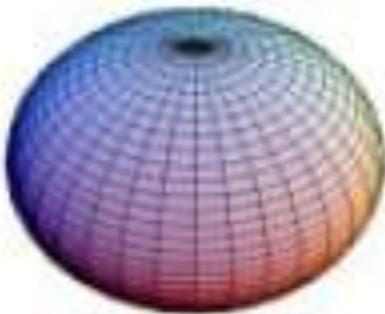
В конце XVII века И.Ньютон пишет, что всемирное тяготение – это сила, движущая мирами, и она же определяет форму небесных тел. Изолированная масса жидкости планетарных размеров под действием самогравитации становится, в конце концов, шаром. В самом деле, жидкость всегда течёт вниз, и только на поверхности сферы нет ни низа, ни верха – только сфера может быть фигурой равновесия! Но это справедливо лишь для невращающейся жидкости.



**Рисунок 13-2. Сфера-фигура равновесия покоящейся жидкости**

А если тело вращается, то о равновесии можно говорить только во вращающейся вместе с телом системе отсчёта. А в ней возникают силы инерции - центробежные силы. Они стараются отбросить частицы

жидкости от оси вращения и уменьшают тем самым влияние гравитации: тем сильнее, чем ближе к экватору. Поэтому поверхность принимает сжатую форму, близкую к сплюснутому (а не вытянутому, как у Декарта) эллипсоиду вращения вокруг оси реального вращения тела. Юпитер вращается быстрее Земли, а Сатурн – быстрее Юпитера, поэтому они и более сжаты.



**Рисунок 13-3. Сплюснутый эллипсоид вращения (сфероид Маклорена)**

Пока мы ответили на интересующий нас вопрос для вращающихся небесных тел качественно. За этим в точных науках следует ответ количественный. Надо математически описать форму поверхности в зависимости от свойств тела: угловой скорости вращения и распределения масс внутри него. Физически задача формулируется просто. Надо найти форму поверхности, в каждой точке которой равнодействующая гравитационных и центробежных сил была бы перпендикулярна этой поверхности (это означает, что поверхность ровная). Но соответствующие математические уравнения оказались нового, очень сложного вида. До сих пор наука и близко не подошла к общему решению этих уравнений. Но некоторые частные важные решения получены. В XVIII веке К. Маклорен открыл, что фигурами равновесия однородной жидкости могут служить названные впоследствии его именем сжатые (сплюснутые) эллипсоиды вращения. Их можно представить как непрерывное семейство, каждая фигура которого может быть описана эксцентриситетом эллипса, образованного меридиональным сечением.



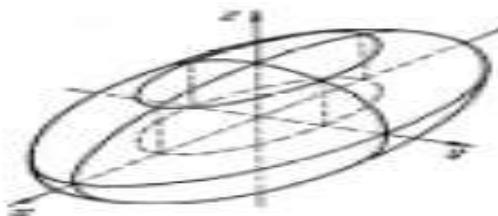
**Рисунок 13-4. Фигура равновесия в виде диска**

С ростом эксцентриситета от  $e=0$  до  $e=0,93$  угловая скорость вращения растёт от нуля до наибольшего значения (зависящего от массы и размеров тела), а затем уменьшается до нуля с ростом эксцентриситета до единицы. Между тем вращательный момент продолжает расти до бесконечности. Предельное значение не достигается, фигура превращается в бесконечно увеличивающийся истончающийся блин (диск). Где-то при  $e>0,93$  от семейства фигур Маклорена ответвляется семейство кольцевых фигур.



**Рисунок 13-5. Фигура равновесия в виде кольца**

В XIX веке К. Якоби открыл удивительное явление: фигурами равновесия могут быть и трёхосные эллипсоиды. В согласии с интуицией все считали до Якоби, что вращающимися фигурами равновесия могут быть только тела вращения. Обратим внимание, что осью вращения эллипсоида Якоби как небесного тела служит наименьшая его ось.



**Рисунок 13-6. Эллипсоид Якоби**

Семейство эллипсоидов Якоби может быть параметризовано эксцентриситетом эллипса, образованного сечением плоскостью, проходящей через наименьшую и наибольшую ось. Семейство начинается с эллипсоида Маклорена эксцентриситета  $e=0,8126$ , а далее эллипсоиды имеют различные полуоси. С ростом эксцентриситета угловая скорость уменьшается, а сам эллипсоид становится бесконечно длинным и бесконечно тонким веретенком. При эксцентриситете  $e=0,94$  от эллипсоидов Якоби ответвляется семейство грушевидных фигур равновесия.



**Рисунок 13-7. Грушевидная фигура равновесия (гантель Пуанкаре)**

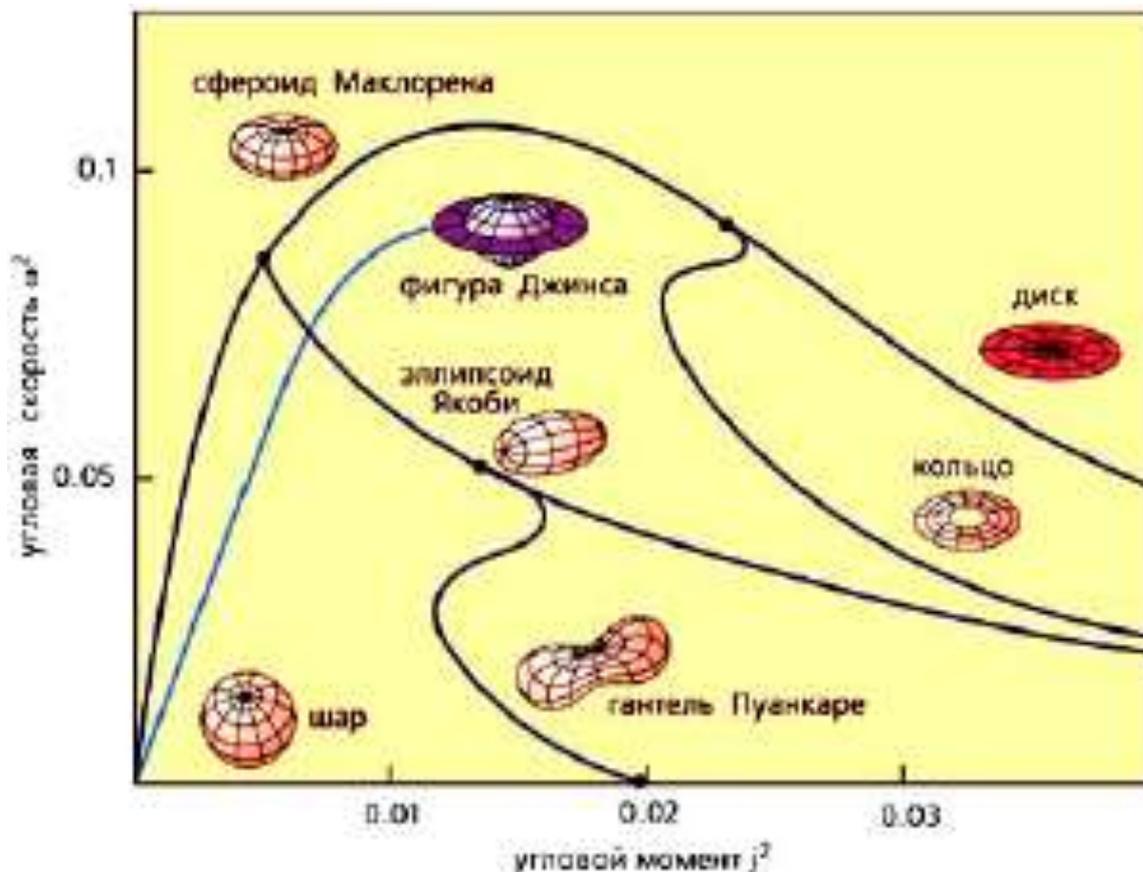
Эллипсоиды Маклорена устойчивы только при  $e < 0,8126$ . При  $e = 0,8126$  устойчивость переходит к эллипсоидам Якоби вплоть до  $e = 0,94$ . После этого при  $e > 0,94$  устойчивых эллипсоидов нет. Все неэллипсоидальные фигуры равновесия, ответвляющиеся от эллипсоидов Маклорена и Якоби, неустойчивы. Дж. Дарвин долго настаивал, что грушевидные фигуры устойчивы, пока результаты Ляпунова (его выкладки сложны и их трудно воспроизвести и проверить) не были подтверждены Дж. Джинсом.

Теперь мы в состоянии описать основные результаты Ляпунова в теории фигур равновесия небесных тел. Основным методом служил метод возмущений. Это значит, что мы должны иметь, по крайней мере, одно решение наших уравнений, и искать семейство близких к нему. Фактически ищутся малые отклонения от опорного решения. Поэтому

квадратом его можно пренебречь и свести задачу к линейной, относительно простой. Затем результат можно последовательно уточнять, в пределе получая точное решение. Для медленно вращающихся тел произвольной структуры Ляпунов создал алгоритм, позволяющий находить форму не только самой фигуры равновесия, но и всех поверхностей равной плотности и давления. Форма поверхностей представляется рядом по степеням малого. Устанавливаются важные свойства медленно вращающихся фигур. Они все являются телами вращения и симметричны относительно экваториальной плоскости. Медленность вращения определяется не по угловой скорости, а по вращательному моменту. Все эллипсоиды при  $e > 0,94$  вращаются быстро и не рассматриваются данным алгоритмом. В галактике неприемлемо быстро для теории Ляпунова вращаются лишь некоторые белые карлики и нейтронные звёзды.

Итак, в статье Холшевникова описаны возможные формы небесных тел, выведенные математиками. Перечислим их:

1. Шар или сфера. Такую форму принимает невращающееся жидкое тело в условиях невесомости.
2. Сфероид Маклорена. При возникновении вращения шар сжимается со стороны полюсов. Поэтому ось вращения, соединяющая полюса, короче диаметра экватора.
3. Диск. Функция скорости вращения сфероида Маклорена имеет максимум. При дальнейшем сжатии скорость вращения падает, из сфероида формируется диск.
4. Блин. При дальнейшем сжатии диск постепенно превращается в бесконечно тонкий блин.
5. Кольцо. При некоем внешнем возмущении из диска может сформироваться кольцо разной степени сжатия в меридианном разрезе (форма эллипса от окружности до линейного отрезка).
6. Эллипсоид Якоби. Внешнее возмущение может деформировать сфероид Маклорена, в результате чего окружность экватора превращается в эллипс. Ось вращения по-прежнему остаётся самой короткой.
7. Веретено. С ростом эксцентриситета скорость вращения падает, а эллипсоид Якоби удлиняется и начинает походить на веретено.
8. Игла. При дальнейшем удлинении эллипсоид Якоби начинает походить на иглу.
9. Грушевидное тело или гантель Пуанкаре. Внешнее возмущение может деформировать эллипсоид Якоби, в результате чего вокруг самой длинной оси может сформироваться кольцевое утоньшение различной степени сжатия.



**Рисунок 13-8. Фигуры равновесия небесных тел**

Посмотрим на размещённый выше обобщающий рисунок Холшевникова. Фигура Джинса с ребром на экваторе, показанная на рисунке, математически возможна, но серьёзно не рассматривается математиками в качестве возможной формы небесного тела. Главная основная последовательность форм небесных тел (шар - сфероид Маклорена – диск) заканчивается за пределами рисунка бесконечно тонким блином. Главная боковая последовательность форм небесных тел начинается эллипсоидом Якоби, за пределами рисунка продолжается веретеном и заканчивается и бесконечно тонкой иглой. Последовательность грушевидных форм заканчивается полным разделением на два тела, вращающихся вокруг общего центра масс. А чем заканчивается последовательность кольцевых форм? По расчётам Аппеля, ряд заканчивается бесконечно тонкой кольцевой нитью с бесконечным диаметром.

Пусть  $a$  - экваториальный радиус жидкого тела вращения,  $b$  – полярный радиус,  $M$  – масса. Аппель вывел следующее уравнение:

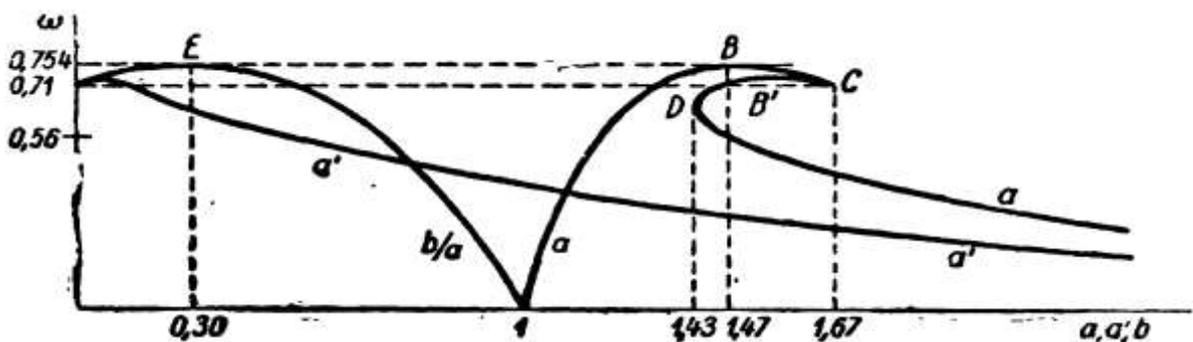
$$\frac{3M}{16f} \omega^2 = 1 - (1 - h) \frac{b}{a}, \quad h = \frac{\rho \omega^2 a^3}{8f};$$

$\rho$  есть плотность,  $\omega$  — угловая скорость,  $f$  - потенциал сил поверхностного натяжения.

При  $h=1$  фигура начинает вдавливаясь у полюсов (правая часть уравнения равна единице). Скорость вращения жидкого тела имеет максимум, соответствующий значению  $h=1,662$ . Начиная с этого значения, вращение уменьшается вплоть до момента образования кольца, когда

$$b=0; \quad h=2,32; \quad \frac{3M}{16f} \omega^2 = 1,$$

Можно показать, что  $a$  всегда возрастает вместе с  $h$ . Если принять за единицу значение  $a$  для сферы, то для максимальной скорости вращения ( $h=1,66$ ),  $a$  будет равно 1,43, а к моменту образования кольца оно достигнет значения 1,67. Аппель пишет, что формулы и разложения в ряды позволяют доказать, что после образования плоского кольца внешний радиус убывает вместе с параметром  $h$  и даже достаточно быстро, но не так долго как параметр  $h$ . Но внутренний радиус напротив, растет, притом довольно быстро, поэтому очевидно, что кольцо быстро сжимается в момент своего образования. Его меридианное сечение, сначала удлиненное в направлении оси вращения, от которой оно отрывается, очень быстро принимает эллиптическую, почти круговую, форму, между тем как центр сечения почти не смещается. Это любопытное явление быстрого сжатия под действием поверхностного натяжения, когда лопаается последняя центральная мембрана, препятствовавшая образованию кольца, подробно прослежено во всех его фазах математическим анализом. Это явление аналогично делению на капли тонкой струи жидкости. Вычисления показывают сверх того, что фигуры равновесия неустойчивы перед самым образованием кольца и в момент его появления. Отсюда понятно, почему переход от одной формы к другой происходит как бы внезапно. Опыт показывает также, что переход к более устойчивым формам совершается чрезвычайно быстро.



**Рисунок 13-9**

Большая ось  $a$ , которая равнялась 1,67 радиуса первоначальной сферы в момент образования кольца (см. точку С на рисунке выше), сжимается до 1,43, т. е. до 0,84 прежней величины, а затем (кривая CDa) растет до бесконечности (в бесконечность уходит и диаметр внутреннего кольца). На этом рисунке кривая ABC представляет изменение  $a$  при изменении скорости вращения для неколецевых фигур; исходная ее точка в А (или 1) для сферы, при нулевой скорости вращения. Определив экваториальный радиус  $a$ , можно получить величину скорости вращения, как и в первом случае, из выражения для параметра  $h$ :

$$h = \frac{\rho \omega^2 a^3}{8f} = \frac{\rho \omega^2 V}{8f \cdot 2\pi f}, \quad \omega^2 = \frac{16\pi f F h}{M}.$$

Функция  $F$  позволяет определить значения  $\omega$  и ее изменения. В момент образования кольца и его внезапного сжатия, скорость вращения быстро возрастает, но не достигает вполне того максимального значения, которое она принимает у колецевых фигур. В настоящем случае максимум скорости вращения достигается, когда  $a$  пройдет приблизительно через половину сжатия. Это уменьшение скорости вращения является, очевидно, механическим следствием быстрого сжатия кольца. Такое сжатие обуславливает быстрое уменьшение момента инерции  $I$ , но поскольку кинетическая энергия  $\frac{1}{2} I\omega^2$  не может быстро изменяться, оно вызывает увеличение скорости вращения.

Для сравнения с теорией Аппель упоминает об опыте Плато. В своем мемуаре «О движении свободной жидкости, не подчиненной влиянию сил притяжения», Плато излагает результаты опытов с вращением масляной массы в смеси воды и спирта одинаковой с ней плотности. Жидкость приводилась во вращение посредством вертикальной оси, на которую был насажен диск; центр диска совпадал с центром масляной сферы.

1-ая фаза: приведя во вращение масляную сферу замечаем, что она сжимается у полюсов и вздувается у экватора.

2-ая фаза: при большей скорости у массы появляется углубление около полюсов, сверху и снизу; углубление удлиняется в горизонтальном направлении; оба полюса касаются друг друга и при скорости примерно 1 оборот в секунду масса принимает форму кольца.

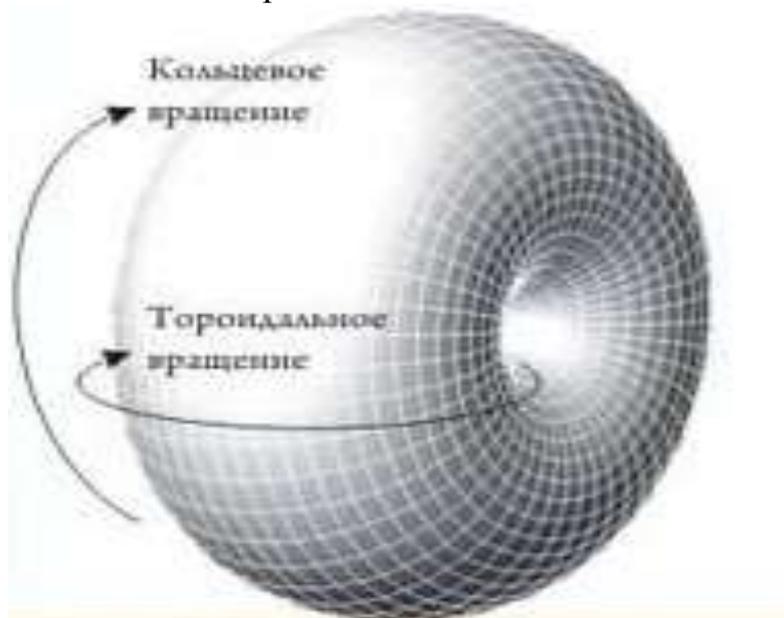
3-я фаза: при еще большем увеличении скорости диска кольцо расширяется до диаметра в 9—10 см и его меридианное сечение принимает приблизительно форму круга.

4-ая фаза (§ 11 Мемуара): если остановить вращение, кольцо сожмется, пройдет те же фазы в обратном порядке и образует вновь центральную массу, которая снова примет сферическую форму.

Последовательное развитие форм в опыте Плато происходит именно так, как оно было вычислено Аппелем в теории. Если взять радиус начальной сферы за единицу, то при максимальном расширении кольца будем иметь  $a' = 1,26$ ,  $a = 2$ , и отношение осей меридианного сечения, предполагаемого эллиптическим, будет 0,98; таким образом, оно почти неотлично от окружности. Аппель пишет, что Плато не отметил весьма быстрого сжатия в момент образования кольца; между тем, даже с физической точки зрения, оно необходимо, так как в этот момент закругляется острие при точке возврата и поверхностное натяжение должно быстро привести эту часть жидкости к новой форме равновесия. В опыте Плато для получения колецевой фигуры нужно непрерывно увеличивать скорость вращения диска, тогда как в теории скорость вращения достигает максимума еще до образования кольца.

Следует подчеркнуть важную особенность в опыте Плато, о которой Аппель не соизволил упомянуть – срединный диаметр кольца не увеличивается до бесконечности, даже не превышает размер в стадии

начала формирования кольца. Отсюда следует вывод, что расчёты Аппеля неверные. Математика подвела. Попробуем найти ответ в области гидродинамики. Опыт Плато некорректен с точки зрения гидродинамики, потому что вращающийся диск, разделяющий пополам первоначальную масляную сферу, ограничивает движение жидкости только в двух измерениях. В корректном опыте (опыт Степановой, например), когда раскручивающие жидкость диски являются крышками цилиндра, кольцо приобретает тороидальное вращение дополнительно к кольцевому и превращается в винтовое вихревое кольцо.



**Рисунок 13-10. Фигура равновесия небесного тела в виде винтового вихревого кольца**

У специалиста в области гидродинамических явлений должен возникнуть вопрос о применимости законов гидродинамики к небесным телам. Ведь обычные гидродинамические объекты находятся в гидродинамической среде. Она играет роль внешних сил, под воздействием которых формируется и существует гидродинамический объект. Но небесные тела окружает среда, близкая к абсолютному вакууму, которая не способна создавать внешние силы. Однако, в масштабах небесных тел роль внешних сил успешно играет гравитация, которая в масштабах микромира по сравнению с любыми другими силами столь мала, что её никогда не принимают в расчёт. В макромире, наоборот, в расчётах используют только гравитационные силы, потому что они на порядки превышают любые другие силы. Надобность в гидродинамической среде отпадает и можно уверенно констатировать – небесные тела подчиняются законам гидродинамики. Если так, тогда возможно существование небесных тел в любой форме, наблюдаемой в ограниченной гидродинамической среде. Это удивительно, но в перечне фигур равновесия небесных тел Ляпунова нет обыкновенного вихревого кольца! Вихревое винтовое кольцо неминуемо обязано формироваться

либо непосредственно из сфероида Маклорена, либо из стадии неустойчивого плоского кольца.



**Рисунок 13-11. Выброс (джет) из галактики M87**

Возможность существования небесного тела в форме винтового вихревого кольца позволяет, наконец, объяснить механизм возникновения джетов, испускаемых небесными объектами. Малюшевский в статье «Явление кумуляции при взаимодействии вихревых колец» описал условия, при которых возможно формирование вихревым кольцом кумулятивного выброса.



**Рисунок 13-12. Кумулятивный выброс жидкости из ультраструи при взаимодействии вихря Хилла**

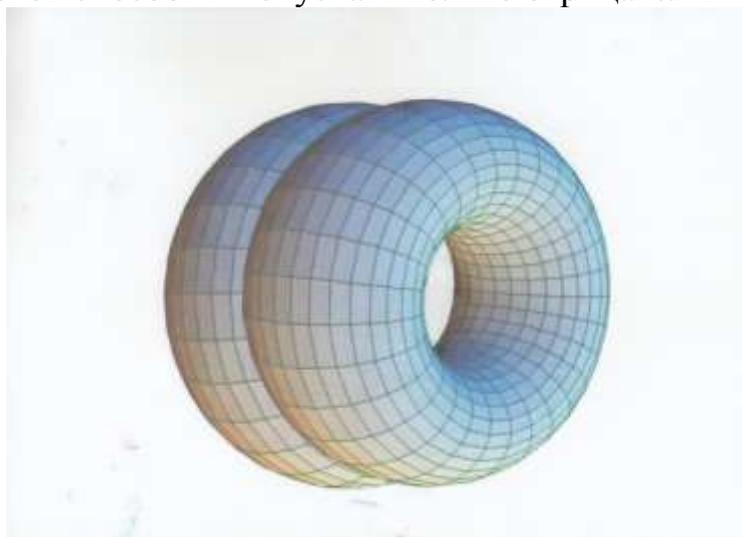
В опытах Малюшевского специальная импульсная установка метала с дозвуковой скоростью вертикально вверх в воздух жидкую ультраструю, из которой формировалась серия из нескольких вихревых колец. Джет, уже в виде ускоренной сверхзвуковой струи, возникал только в тех редких случаях, когда переднее вихревое кольцо, еще на выходе из активной зоны установки, превращалось в сферический вихрь Хилла (где внутренний диаметр тора вихревого кольца стремится к нулю). Малюшевский пишет, что если начальная форма вихря является сплюснутым сфероидом, то кумулятивный выброс не может образоваться, а истекающая из установки ультраструя тормозится на вихре Хилла и принимает в головной части грибообразную форму. Другое дело, когда при незначительном растяжении сферы вдоль оси движения, то есть когда вихрь Хилла в начальный момент имеет форму вытянутого сфероиды, определенная часть

завихренной жидкости вытягивается в виде длинного шлейфа вниз по течению, провоцируя процесс кумулятивного выброса жидкости, тогда как основная часть массы завихренной жидкости остается в сферической форме. Но подторможенный вихрь Хилла догоняет вихревое кольцо, шедшее вторым, охватывает его и "выжимает" содержимое в шлейф, как кумулятивную струю. Результаты опытов Малюшевского позволяют сделать следующий вывод – вихревое кольцо способно формировать джет, только если оно имеет форму сферического вихря Хилла.



**Рисунок 13-13. Симметричное испускание джетов небесными объектами**

В большинстве случаев в наблюдаемых небесных объектах джеты симметрично испускаются в противоположных направлениях. Такое возможно только, если объекты имеют форму дуэтов – спаренных сферических вихрей Хилла. Такие дуэты возникали в опытах Степановой, если высота цилиндра, в котором раскручивалась жидкость, примерно в два раза больше его диаметра. Кольцевое вращение составляющих дуэт колец всегда совпадает. Теоретически возможно два типа дуэтов. В положительных дуэтах тороидальное вращение каждого кольца направлено внутрь дуэта, а в отрицательных – наружу. Джеты вдоль оси симметрии дуэтов способны испускать только отрицательные дуэты.



**Рисунок 13-14. Фигура равновесия небесного тела в виде дуэта винтовых вихревых колец**

## Литература

1. Алексеев С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Институт теплофизики им.С.С. Кутателадзе. Новосибирск. 2003. 504 с.
2. Ареф Х., Мелешко В.В., Губа А.А., Гуржий А.А. Равномерно-вращательные конфигурации точечных вихрей. ISSN 1561 -9087 Прикладна гідромеханіка. 2007. Том 9, N 2-3. С. 5 – 24
3. Ахметов Д.Г. Формирование и основные параметры вихревых колец. // ПМТФ.2001. №5. Т.42. С.70–83
4. Ацюковский В.А. Общая эфиродинамика. М.:Энергоиздат. 2003. С.127-164.
5. Биркгоф Г. Гидродинамика. Методы. Факты. Подобие. М.:Иностранная литература,1963,С.1-34
6. Борисов А.В., Килин А.А., Мамаев И.С. Динамика вихревых колец: чехарда, хореографии и проблема устойчивости. Нелинейная динамика. 2012. Т. 8. № 1. С. 113–147.
7. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир. 1986. 184 с.
8. Внуков В.П. Артиллерия. М: Государственное Военное Издательство Наркомата Обороны СССР. 1938
9. Вуд Р. Вихревые кольца. Библиотечка «КВАНТ» выпуск 4. Опыты в домашней лаборатории. М., Наука, Гл. ред. Физ-мат. лит. 1981 г. Стр. 13.
10. Гельмгольц Г. Основы вихревой теории. М.: ИКИ, 2002. 82 с.
11. Жуковский Н.Е. Гидродинамика. Собрание сочинений. Т.2. М.-Л. 1949. С.689-696 (Заметка о движении вихревых колец).
12. Жуковский Н.Е. Гидродинамика. Собрание сочинений. Т.2. М.-Л. 1949. С.474-488 (Лекция VIII. О кажущемся взаимодействии тел, находящихся в беспредельной массе движущейся жидкости).
13. Забудский Н. А. Внешняя баллистика. Санкт-Петербург. 1895
14. Кастерин Н.П. Обобщение основных уравнений аэродинамики и электродинамики. Доклад на особом совещании при Академии Наук СССР 9 декабря 1936 года. Москва. 1937.
15. Ламб Г. Гидродинамика // ОГИЗ. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва-Ленинград. 1947.
16. Малюшевский П.П. Явление кумуляции при взаимодействии вихревых колец. Электронная обработка материалов. 2005, N.3, сс.36-40
17. Мелешко В. В. ,Константинов М. Ю. Динамика вихревых структур.– Киев: Наук.думка, 1993. С.72-221.
18. Мелешко В.В. ,Константинов М. Ю. Динамика вихревых структур.– Киев: Наук.думка, 1993. С.244-257 (В.Роджерс. О формировании вращающихся колец воздухом и жидкостями).
19. Потапов А.А. - "Искусство снайпера"
20. Прандтль Л. Гидроаэромеханика – 2 изд.: Пер с нем. М.: ИИЛ, 1951.
21. Степанова Е. В. Экспериментальное исследование тонкой структуры вихревого течения в жидкости со свободной поверхностью: диссертация ... кандидата физико-математических наук: 01.02.05 / Степанова Евгения Вячеславовна; [Место защиты: Ин-т проблем механики РАН].- Москва, 2009.- 119 с.: ил. РГБ ОД, 61 09-1/553
22. Томпсон.Дж.Дж. Электричество и материя. Москва-Ижевск. 2004г. С. 172–184 (Жуковский Н.Е. Основы теории вихрей).
23. Томпсон.Дж.Дж. Электричество и материя. Москва-Ижевск. 2004г. С. 184 – 198 (Вильям Томсон Кельвин. О вихревых атомах).

24. Титъенс О. Гидро- и аэромеханика. Т.1. Равновесие. Движение жидкостей без трения. М.-Л. 1933. С.182-188
25. Фейнман Р, Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике.7.Физика сплошных сред. М.: Мир. 1965. С.232-253
26. Шабанов С, Шубин В. О вихревых кольцах. Библиотечка «КВАНТ» выпуск 4. Опыты в домашней лаборатории. Москва, Наука, Гл. ред. Физ-мат. лит.1981 г. Стр. 18.
27. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, ГРФМЛ. 1974. С.480-483

### **Литература по фигурам равновесия небесных тел**

28. Антонов В.А. Фигуры равновесия. Итоги науки и техники. ВИНТИ, Сер. Астрономия, Т.10, с 7-60, М.: Наука, 1975
29. Аппель П. Фигуры равновесия вращающейся однородной жидкости. Л.-М.: ОНТИ, 1936.
30. Клеро А. Теория фигуры Земли: сер. Классики науки. - М.: Издательство АН СССР, 1947.
31. Кондратьев Б.П. Теория потенциала и фигуры равновесия. Москва - Ижевск, изд. «РХД», 2003.
32. Крат В.А. Фигуры равновесия небесных тел. М.: ГИТТЛ, 1950.
33. Литтлтон Р.А. Устойчивость вращающихся масс жидкости. - М.- Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
34. Лихтенштейн Л. Фигуры равновесия вращающейся жидкости. - М.: Наука, 1965.
35. Ляпунов А. М. Собрание сочинений, тт. III, IV. М.: Издательство АН СССР, т. V. - М.: Наука, 1965.
36. Питьев Н.П., Титов В.Б., Холшевников К.В. Фигуры равновесия небесных тел: Учебное пособие. – 2002.
37. Пицетти П. Основы механической теории фигур планет. М.: ГТТИ, 1933.
38. Пуанкаре А. Фигуры равновесия жидкой массы. Ижевск: Изд-во РХД, 2000.
39. Сретенский Л. Н. Теория фигур равновесия жидкой вращающейся массы. Успехи математических наук, вып. 5, 1938.
40. Субботин М. Ф. Курс небесной механики, т. 3. М.-Л.: Гостехиздат, 1949.
41. Холшевников К.В. О фигурах равновесия небесных тел (К 150-летию А.М.Ляпунова). Компьютерные инструменты в образовании. 2008. №2. С. 39-44
42. Чандрасекхар С. Эллипсоидальные фигуры равновесия. М.: Мир, 1972.